ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 24 AOUT 1908.

PRÉSIDENCE DE M. BOUQUET DE LA GRYE.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur un problème relatif à la théorie des systèmes orthogonaux et à la méthode du trièdre mobile.* Note [1] de M. **Gaston Darboux**.

8. Au lieu d'obtenir le système réversible par la construction précédente ou par la composition de trois systèmes tels que celui dont nous venons de donner la définition, on peut essayer de l'étudier directement.

Reportons-nous aux équations (48), (49) qui définissent les cyclides de la première famille. Nous voyons d'abord que, si l'on y fait $x = 0$, tous les termes variables en ρ disparaissent et il reste l'équation

$$(y^2 + z^2)^2 + 2Bz^2 - 2Cy^2 - \Delta = 0, \tag{A}$$

où l'on a posé, pour abréger,

$$(56)\quad \left\{ \begin{array}{l} A = (\beta^2 + \gamma^2 - \alpha^2) h^2 \\ B = (\gamma^2 + \alpha^2 - \beta^2) h^2 \\ C = (\alpha^2 + \beta^2 - \gamma^2) h^2 \end{array} \right\}, \qquad \begin{array}{l} \Delta = AB + AC + BC \\ \quad = h^4 (2\beta^2\gamma^2 + 2\alpha^2\gamma^2 + 2\alpha^2\beta^2 - \alpha^4 - \beta^4 - \gamma^4). \end{array}$$

Ainsi toutes les cyclides de la première famille passent par la courbe (A) du plan des yz.

Mais cherchons aussi le lieu des points coniques de ces cyclides, points coniques qui sont mis en évidence sur les équations (48), (49).

---

[1] Voir les *Comptes rendus* des 3, 10 et 17 août 1908, p. 287, 325 et 367.

Les premiers sont définis par les équations

$$(57)\qquad z=0,\qquad x=-\frac{\beta h^2}{a'},\qquad y^2+x^2+A=2\gamma a x.$$

L'élimination de ρ nous conduit à la courbe plane

$$(y^2+x^2+A)^2=4\gamma^2(h^2x^2+\beta^2h^4)$$

ou

$$(C)\qquad (y^2+x^2)^2+2Ay^2-2Bx^2-\Delta=0.$$

En prenant de même les deux autres points coniques définis par les équations

$$(58)\qquad y=0,\qquad ax=\gamma h^2,\qquad x^2+z^2-A-2\beta a' x=0,$$

on trouvera qu'ils sont sur la courbe ayant pour équation dans le plan des xy

$$(B)\qquad (x^2+z^2)^2+2Cx^2-2Az^2-\Delta=0.$$

Les trois courbes planes situées dans les trois plans coordonnés et définies par les équations (A), (B), (C) forment un ensemble grâce auquel nous allons obtenir le résultat cherché.

Il résulte en effet de ce qui précède que les cyclides de la première famille passent par la courbe (A) et ont leurs points singuliers situés deux par deux sur les courbes (B) et (C). Il résulte même des formules (57) que, pour engendrer une des cyclides, il suffit de prendre deux points de (C) situés symétriquement par rapport au plan des xz ou, si l'on veut, par rapport à l'axe $y=0$, et de construire les cercles qui passent par ces deux points fixes et les divers points de (A). On engendrera ainsi les surfaces de la première famille. On pourra les engendrer encore en utilisant les formules (58) et en faisant passer, par deux points de B situés symétriquement par rapport au plan des xy ou à l'axe $z=0$, des cercles assujettis à rencontrer (A).

Si l'on remarque maintenant que les courbes (A), (B), (C) se déduisent les unes des autres par des permutations circulaires effectuées sur x, y, z et sur les constantes A, B, C, on voit immédiatement que les deux modes de génération obtenus pour la première famille s'étendent par des permutations circulaires aux deux autres familles de surfaces orthogonales. Ainsi les cyclides de paramètre ρ_1 passeront par (B) et auront leurs points coniques sur (A) et sur (C); les cyclides de paramètre ρ_2 passeront par (C) et auront leurs points coniques sur (A) et sur (B).

De cette triple génération il n'est pas difficile de déduire une relation fondamentale entre les trois courbes (A), (B), (C).

9. C'est une proposition connue, et d'ailleurs facile à vérifier, que le point-sphère ayant pour centre un point conique de la cyclide de Dupin touche cette surface suivant deux droites isotropes ([1]). Il résulte de là que ce point-sphère est coupé par un plan quelconque, suivant un cercle tangent en deux points à la section de la cyclide par ce même plan. Ainsi *les points coniques de la cyclide de Dupin sont des foyers pour toutes les sections planes de cette surface.*

Si l'on rapproche cette proposition générale des résultats obtenus, on reconnaît immédiatement que les trois courbes planes (A), (B), (C), qui sont des *cycliques* ou, suivant une dénomination plus commune, des *quartiques bicirculaires,* sont les focales les unes des autres.

Dans mon Ouvrage *Sur une classe remarquable de courbes et de surfaces algébriques et sur la théorie des imaginaires,* j'ai étudié complètement les propriétés focales de ces courbes et, plus généralement, des courbes qui résultent de l'intersection d'une sphère et d'une surface du second degré. Cette théorie est aujourd'hui bien connue. On sait que chaque courbe de ce genre admet quatre focales. Les cinq courbes ainsi obtenues sont les lignes doubles d'une développable isotrope, c'est-à-dire circonscrite au cercle de l'infini; de sorte que chacune d'elles admet les quatre autres pour focales. On sait aussi que ces courbes sont respectivement sur cinq sphères qui sont deux à deux orthogonales. Il y a là une belle généralisation des propriétés focales des surfaces du second degré.

Si, considérant un tel ensemble de cinq courbes, on le soumet à une inversion dont le pôle est à l'intersection des sphères contenant trois d'entre elles, ces dernières se transforment nécessairement en trois courbes planes situées dans des plans orthogonaux. On obtient ainsi les trois courbes que nous avons appelées (A), (B), (C). Les deux autres focales se transforment en deux coniques sphériques situées sur deux sphères dont le centre commun est le point d'intersection des plans des courbes (A), (B), (C). Ainsi, on peut dire encore que ces trois courbes *sont les focales planes d'une conique sphérique.*

C'est, au reste, ce que l'on peut vérifier comme il suit.

([1]) Cette propriété est évidente pour le cône de révolution. L'inversion permet de l'étendre immédiatement à toute cyclide de Dupin.

Écrivons les équations d'une conique sphérique sous la forme

$$(59)\qquad \begin{cases} A'x^2 + B'y^2 + C'z^2 = 0, \\ x^2 + y^2 + z^2 - R^2 = 0. \end{cases}$$

Un des cylindres passant par la conique aura pour équation

$$(60)\qquad (A' - C')x^2 + (B' - C')y^2 + C'R^2 = 0.$$

Le plan tangent à ce cylindre en un point (x, y) aura pour équation

$$Xx(A' - C') + Yy(B' - C') + C'R^2 = 0.$$

Cherchons la sphère de rayon nul passant par l'intersection de ce plan et de la sphère qui contient la conique. Il faudra écrire que l'équation

$$X^2 + Y^2 + Z^2 + 2\lambda Xx(A' - C') + 2\lambda Yy(B' - C') + 2\lambda C'R^2 = 0$$

représente une sphère de rayon nul. On aura ainsi les équations

$$X + \lambda x(A' - C') = 0, \qquad Z = 0,$$
$$Y + \lambda y(B' - C') = 0, \qquad \lambda Xx(A' - C') + \lambda Yy(B' - C') + (2\lambda C' - 1)R^2 = 0.$$

L'élimination de x, y, λ entre ces équations et l'équation (58) conduit au lieu des foyers défini par les deux équations

$$Z = 0,$$
$$(X^2 + Y^2)^2 - 2R^2 \frac{A' + C'}{C' - A'} - 2R^2 \frac{B' + C'}{C' - B'} + R^4 = 0.$$

Si nous comparons cette équation à celle de la courbe (C), on voit que nous devrons avoir

$$(61)\qquad A = R^2 \frac{B' + C'}{B' - C'}, \qquad B = R^2 \frac{A' + C'}{C' - A'}, \qquad R^4 = -\Delta.$$

La considération des autres cylindres nous conduira à joindre aux précédentes l'unique condition

$$(62)\qquad C = R^2 \frac{B' + A'}{A' - B'}.$$

Ces équations nous donnent

$$\frac{A + R^2}{A - R^2} = \frac{B'}{C'}, \qquad \frac{B + R^2}{B - R^2} = \frac{C'}{A'}, \qquad \frac{C + R^2}{C - R^2} = \frac{A'}{B'},$$

d'où résulte la condition

$$(A + R^2)(B + R^2)(C + R^2) = (A - R^2)(B - R^2)(C - R^2)$$

qui donne

$$R^4 = -AB - AC - BC = -\Delta,$$

ce qui est bien d'accord avec la dernière équation (61).

Les deux signes différents qu'on peut prendre pour R^2 donnent les deux coniques sphériques qui complètent avec (A), (B), (C) l'ensemble des cinq focales.

10. La connaissance des propriétés géométriques précédentes permet de donner une grande précision à la définition du système orthogonal réversible. Soit (D) la développable isotrope contenant les cinq focales et soit m un point quelconque de (B), par exemple. Par m passent deux génératrices isotropes de (D) qui vont couper le plan de (C) en deux points p, p' symétriques l'un de l'autre par rapport au plan de (B). Par p et p' passent deux génératrices de (D) qui vont se couper au point m' de (B) symétrique de m par rapport au plan de (C). On a ainsi formé un quadrilatère variable $mpm'p'$ dont tous les côtés sont de longueur nulle. La cyclide de Dupin ayant les quatre sommets de ce quadrilatère variable pour points coniques et passant par (A) engendre une des familles du système étudié. Ses cercles de courbure passent les uns par p et p', les autres par m et m'. La cyclide contient d'ailleurs les côtés du quadrilatère $mpm'p'$. Les autres familles s'engendrent de même, en échangeant les courbes (A), (B), (C). Remarquons d'ailleurs que les cyclides, passant par (A) par exemple, admettent pour plans de symétrie les plans des deux autres courbes et que leurs cercles sont normaux à l'un ou l'autre de ces plans.

Il résulte de toutes ces remarques que le système orthogonal peut être encore défini de la manière suivante :

Soit (Γ) une cyclide de la première famille, passant nécessairement par la courbe (A). Les cyclides des deux autres familles admettent toutes, nous l'avons vu, le plan (P) de (A) comme plan de symétrie et se coupent suivant des cercles normaux à ce plan. Comme le plan (P) occupe une position quelconque par rapport à (Γ), nous serons ainsi conduit à cette génération nouvelle du système triple :

Donnons-nous arbitrairement une cyclide de Dupin (Γ) et un plan (P). Les cercles normaux à la fois à (P) et à (Γ) engendrent un système cyclique, c'est-à-dire qu'ils sont normaux à une famille de surfaces (qui sont nécessairement des cyclides) et peuvent se grouper de deux manières différentes en deux familles de surfaces orthogonales (qui sont encore des cyclides). L'ensemble de ces trois familles constitue notre système réversible.

La proposition précédente suffit à montrer que ce système dérive par une simple inversion du système le plus général qui soit formé de cyclides de Dupin. Il résulte en effet, des développements donnés aux nos 35, 36, 144, 145, 146 de nos *Leçons sur les systèmes orthogonaux*, que ce système le plus général se construit précisément à l'aide de cercles normaux à une cyclide de Dupin et à une sphère quelconque. Il nous suffira d'une inversion quelconque transformant cette sphère en un plan pour être ramené au cas spécial du système réversible.

Réciproquement, on obtient, en soumettant le système réversible à une inversion, une génération nouvelle du système le plus général. Pour obtenir un tel système, il suffira de construire trois cycliques (A), (B), (C), planes ou sphériques, qui soient les focales les unes des autres. Les cyclides de Dupin qui composeront chaque famille du système triple devront passer par l'une de ces courbes et avoir leurs points coniques sur les deux autres. Par exemple, les cyclides de la première famille passeront par (A) et auront deux de leurs points coniques sur (B), les deux autres sur (C); elles seront anallagmatiques par rapport aux deux sphères contenant les courbes (B) et (C), et leurs cercles de courbure seront normaux respectivement à ces deux sphères.

On voit que le système des cinq cycliques focales peut donner lieu à dix systèmes triples différents. Comme, sur les cinq sphères qui contiennent les focales, il peut y en avoir quatre réelles, se coupant trois à trois en des points réels, on voit que quatre de ces dix systèmes pourront, par une inversion réelle, être transformés en un système réversible.

11. Après avoir défini le système réversible, nous avons à caractériser le système *inverse*, engendré par le mouvement relatif de (T_0) par rapport à (T).

Ici ce sont les quantités P, P_1, P_2 qui jouent le rôle des coordonnées rectangulaires. Elles sont définies par les équations (38), où les θ doivent satisfaire aux équations (40). Et il suffit de les comparer aux formules (35) pour reconnaître qu'on passe du système réversible à son inverse en changeant a_i en a'_i, θ_i en θ'_i et h^2 en $-h^2$.

Cela reviendra simplement à changer le signe des constantes A, B, C ou encore à remplacer dans le système primitif x, y, z par ix, iy, iz. Cette simple remarque suffit à définir complètement le système inverse.

12. Dans ce qui précède, nous avons laissé de côté systématiquement le

cas où la constante h^2 serait nulle. Le lecteur pourra l'étudier et il verra que, dans ce cas, les courbes (A), (B), (C) se réduisent aux trois coniques qui sont les focales d'une même quadrique. Le système triple se réduira de même à celui qui a été trouvé par William Roberts et que j'ai étudié d'une manière très complète aux n°s 35 et 36 de mes *Leçons sur les systèmes orthogonaux*. Quant aux systèmes généraux analogues à ceux qui sont déterminés par les formules (35), ils deviendront identiques à ceux que j'ai fait connaître il y a plus de 40 ans et auront même représentation sphérique que le système triple déduit par inversion de trois familles de plans rectangulaires et composé de trois familles de sphères orthogonales.

CHIMIE ORGANIQUE. — *De la* méthylation *dans les dérivés éthyléniques au point de vue de la volatilité*. Note de M. **Louis Henry**.

Il m'a paru intéressant de comparer l'influence exercée par une *méthylation* plus ou moins complète sur la *volatilité* des composés *éthyléniques* $XCH^2 - CH^2X$, proprement dits, de diverses sortes.

I. *Des dérivés* hydroxylés *ou des glycols et des hydrocarbures éthyléniques*. — Le remplacement de l'hydrogène, fixé sur le carbone dans les radicaux des composés fonctionnels, par le groupement $- CH^3$, en augmentant le poids moléculaire, diminue la *volatilité* du composé primitif et en élève le point d'ébullition. C'est ce qu'on constate même dans les séries des alcools monoatomiques aliphatiques $C^nH^{2n+1} - OH$.

Il n'en est pas ainsi dans le groupe des *glycols* qui constituent la série de méthylation du glycol éthylénique $(HO)CH^2 - CH^2(OH)$. A mesure que l'hydrogène est remplacé par $- CH^3$, et qu'ainsi le poids moléculaire s'élève, on constate que *le point d'ébullition s'abaisse et que la volatilité augmente*.

$(HO)CH^2 - CH^2(CH)$ Éb. 197°-198°.

Série unilatérale.		Série bilatérale.	
$H^3C - CH(OH) - CH^2(OH)$	Éb. 188°	$CH^3 - CH(OH) - CH(OH) - CH^3$	Éb. 184°
$(H^3C)^2 - C(OH) - CH^2(OH)$	Éb. 178°	$(CH^3)^2 - C(OH) - C(OH) - (CH^3)^2$	Éb. 174°

Intermédiaire $(CH^3)^2 - C(OH) - CH(OH) - CH^3$ Éb. 178°.

Cette influence de la méthylation, qui s'exerce avec une véritable régularité dans les dérivés hydroxylés, paraîtra d'autant plus étrange que la même substitution opérée dans l'*éthylène* lui-même $H^2C = CH^2$ y détermine un effet contraire. Le point d'ébullition des hydrocarbures *méthylo-éthyléniques* s'élève, avec régularité et d'une manière constante, par le remplacement successif de H par $- CH^3$.

$$H^2C = CH^2 \text{ Éb. } -102^\circ.$$

Série unilatérale.		Série bilatérale.	
$H^3C - CH = CH^2$	Éb. -50°	$H^3C - CH = CH - CH^3$	Éb. 1° à 2°
$(H^3C)^2 - C = CH^2$	Éb. -6°	$(H^3C)^2 - C = C - (CH^3)^2$	Éb. 72°

Mixte $(H^3C)^2 - C = CH - CH^3$ Éb. 36°.

On sait que les hydrocarbures sont des composés *mono-moléculaires*, même à l'état liquide, comme les gaz, et où le *coefficient d'association* est nul.

Cela étant, il est aisé de se rendre compte du fait, en apparence anormal, que présente la série des glycols méthylo-éthyléniques. Il suffit de se rappeler ce qui se passe dans la série de *méthylation* de l'*alcool méthylique*, l'alcool *par excellence :*

	P. M.	Éb.	Différence
$H^3C - OH$	32	66°	
			$+12^\circ$
$H^3C - CH^2 - OH$	46	78°	
			$+4^\circ$
$(H^3C)^2 - CH - OH$	60	82°	
			$\pm 0^\circ$
$(H^3C)^3 - C - OH$	74	82°	

Ces composés hydroxylés, à l'instar de l'eau $H - OH$, leur prototype, ne sont *mono-moléculaires*, comme l'exprime leur formule ordinaire, qu'à l'*état gazeux*. On sait que, dans leur état naturel, ils sont *moléculairement associés* et leur coefficient d'association, inférieur à celui de l'eau elle-même, est d'autant moins élevé que l'hydrogène fixé sur le carbone est remplacé d'une manière plus complète par $- CH^3$. L'influence exercée par l'augmentation du poids moléculaire se trouve ainsi successivement affaiblie par la simplification de la molécule primitive $(CH^3 - OH)^n$; le travail de *désagrégation* moléculaire nécessaire pour amener l'état moléculaire et la chaleur nécessaire pour amener l'état gazeux deviennent par là de moins en moins considérables.

Des circonstances de même nature mais plus puissantes dans leurs effets se rencontrent dans les dérivés constituant la série de méthylation du glycol éthylénique, dérivé bihydroxylé et susceptible à ce titre de subir deux fois cette influence volatilisante.

II. Des rapports inverses de *volatilité* se constatent dans les séries des

dérivés correspondants où cette circonstance de la simplification moléculaire, par suite de la *méthylation* successive, ne fait pas sentir son action, à savoir les *bichlorhydrines* et les *oxydes*.

A. *Bichlorhydrines*. — Les éthers chlorhydriques sont, comme les hydrocarbures eux-mêmes, des composés *mono-moléculaires* à l'état liquide, tout au moins leur coefficient d'association est presque nul; de là vient que le remplacement de — OH par Cl dans les alcools s'accompagne d'un abaissement notable dans le point d'ébullition.

Dans les dérivés chlorhydriques des glycols, on observe des relations de volatilité relative du même genre. Mais, quel que soit leur degré de méthylation, leur volatilité *diminue* et leur point d'ébullition s'élève à mesure que l'hydrogène disparaît dans le radical primitif $H^2C - CH^2$ pour être remplacé par $- CH^3$. Voici les faits :

$Cl - CH^2 - CH^2 - Cl$ Éb. 84°.

$CH^3 - \underset{Cl}{CH} - \underset{Cl}{CH^2}$ Éb. 98° $CH^3 - \underset{Cl}{CH} - \underset{Cl}{CH} - CH^3$ Éb. 112°

$(CH^3)^2 - \underset{Cl}{C} - \underset{Cl}{CH^2}$ Éb. 108° $(CH^3)^2 - \underset{Cl}{C} - \underset{Cl}{C} - (CH^3)^2$ solide fus. 160° (¹)

$(CH^3)^2 - \underset{Cl}{C} - \underset{Cl}{CH} - CH^3$ Éb. 130.

On remarquera que les différences de volatilité entre les dérivés *hydroxylés* et leurs *chlorhydrines* sont d'autant plus considérables que la méthylation est *moins* avancée. Il en doit être ainsi.

B. *Oxydes*. — La série des oxydes forme un groupe à certains égards plus intéressant encore. En voici les divers termes :

$H^2C = CH^2$ (pont O) Éb. + 14°.

$H^3C - CH - CH^2$ (pont O) Éb. 35° $CH^3 - CH - CH - CH^3$ (pont O) Éb. 56°

$(H^3C)^2 - C - CH^2$ (pont O) Éb. 52° $(CH^3)^2 - C - C - (CH^3)^2$ (pont O) Éb. 95°

$(CH^3)^2 - C - CH - CH^3$ (pont O) Éb. 75°.

(¹) L'analogie autorise à croire que le point d'ébullition de ce corps est fort rapproché du point de fusion.

On est autorisé à croire que les *oxydes* de même que les *chlorhydrines* sont des composés *mono-moléculaires* ou tout au moins très faiblement *associés*. Ici aussi les points d'ébullition vont en s'élevant à mesure que le poids moléculaire augmente, c'est-à-dire que la méthylation est plus avancée et cela avec une certaine régularité :

$$-CH= \text{ en } CH^3-CH= \text{ majoration } +21^\circ,$$

$$CH^3-CH= \text{ en } (CH^3)^2=C= \text{ majoration } +19^\circ \text{ à } +20^\circ.$$

Le phénomène de l'ébullition n'a donc pas partout la même signification au point de vue *moléculaire*.

a. Dans les composés *mono-moléculaires* à l'état liquide, il n'est qu'un acte purement physique, nécessitant seulement l'effort de chaleur capable de déterminer la *gazéification*.

b. Dans les composés *moléculairement associés*, comme l'eau et les hydroxydes en général, il constitue un acte véritable de *décomposition*; il nécessite un effort de chaleur capable de désagréger les molécules liquides *complexes*, de les réduire à l'état de molécules *simples* et ultérieurement de *gazéifier* celles-ci.

On conçoit que, toutes choses égales d'ailleurs, la *chaleur de volatilisation* des composés liquides *associés* doit être plus considérable que celle des liquides *mono-moléculaires*.

CORRESPONDANCE.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Sur les illuminations crépusculaires.* Note de M. Ernest Esclangon.

J'ai l'honneur de présenter à l'Académie un résumé des observations que j'ai pu faire à Bordeaux, de 1902 à 1908, sur les illuminations crépusculaires. Elles se rapportent à des soirs de beau temps, pendant les belles périodes, lorsque le ciel est exempt de nuages apparents, non seulement dans la région du lieu d'observation, mais encore dans les régions avoisinantes. Bordeaux paraît être un lieu très favorable pour des observations de cette nature, car, pendant le crépuscule, les rayons solaires qui produisent ce phénomène traversent l'atmosphère au-dessus de l'Océan qui constitue une surface régulière, en quelque sorte géométrique.

Voici, dans l'ordre où ils se présentent, la succession des phénomènes qu'on peut observer assez fréquemment :

Lorsque le Soleil, après son coucher, atteint la hauteur négative de 3°, une illumination rose ou rose pourpre se développe dans le ciel ; la courbe qui la limite est à 45° de hauteur à l'Ouest dans l'azimut du Soleil, lorsque cet astre est à 4° sous l'horizon. L'illumination passe par un maximum et disparaît en quelques minutes.

Cette illumination rose, *quoique très fréquente*, peut manquer entièrement ou bien atteindre une intensité considérable et attirer alors l'attention générale. Telles sont les lueurs de 1883 et de 1902 qu'on attribua, un peu hâtivement peut-être, aux éruptions volcaniques.

A l'illumination rose, très éphémère généralement, succède une illumination jaunâtre, plus faible mais plus persistante, et dont la courbe limite passe par 45° de hauteur lorsque le Soleil est à 8° sous l'horizon. Elle peut varier beaucoup d'intensité ; elle a été particulièrement vive en juillet dernier, et surtout dans les premiers jours du même mois. Elle paraît exercer une certaine action sur la quantité de lumière polarisée existant dans le ciel [1].

Enfin, à l'illumination jaunâtre succède une coloration bleu verdâtre, plus faible, et s'éteignant lentement. La courbe qui la limite est à 45° de hauteur lorsque le Soleil est à 13° sous l'horizon. C'est elle qui limite, par sa disparition, le crépuscule astronomique.

On peut tirer des observations des conclusions assez précises sur la hauteur des couches atmosphériques dans lesquelles se produisent les phénomènes.

Lueurs roses. — Les lueurs roses sont celles qui se produisent dans les conditions les plus invariables : quelle que soit leur intensité, les couches atmosphériques qui leur donnent naissance ne dépassent pas 16^{km} d'altitude, au moins dans les circonstances où, depuis 1902, j'ai pu observer avec soin et très fréquemment le phénomène. Les couches les plus efficaces paraissent être entre 9^{km} et 13^{km} de hauteur ; les couches plus basses (5^{km} à 7^{km}) peuvent d'ailleurs produire aussi l'illumination rose, et ce sont même les seules qui interviennent lorsque la coloration est très faible.

---

(1) En juillet dernier, la proportion de lumière polarisée atteignait à 90° du Soleil, et d'une manière à peu près constante, 63 pour 100 en lumière bleue, 57 pour 100 en lumière rouge. Cette proportion a diminué graduellement depuis cette époque, à mesure que s'affaiblissait l'illumination jaune.

Ces résultats découlent nettement [1] d'un très grand nombre d'observations, faites en toute saison depuis 1902, *avec des intensités très variables* (en 1902, ces lueurs roses atteignirent un degré d'intensité extrême). Il est possible vraiment qu'ici la surface d'inversion des températures, située à 14^{km} d'altitude et découverte par M. Teisserenc de Bort, joue un rôle important, en limitant supérieurement en quelque sorte les couches capables de produire l'illumination.

Lueurs jaunes. — Les lueurs jaune verdâtre se produisent à une altitude plus élevée. La même méthode d'observation et de calcul donne comme hauteur moyenne 40^{km} à 50^{km}. Elles ne s'observent pas d'une manière continue; le 1er juillet 1908, elles étaient particulièrement brillantes; elles étaient encore assez vives le 31 juillet.

Lueurs bleu verdâtre. — Ce sont celles qui marquent ordinairement la fin du crépuscule astronomique. Elles ont été souvent employées pour calculer la hauteur de l'atmosphère. Le calcul indique une altitude moyenne de 130^{km}.

Comment expliquer les colorations si variées observées dans ces divers phénomènes? Une théorie basée uniquement sur la diffraction et la dispersion des rayons lumineux par les particules en suspension dans l'atmosphère explique difficilement ces diverses colorations, surtout dans les lueurs roses. Peut-être faut-il voir là seulement un phénomène de *résonance optique* exercée par les particules. La possibilité de la résonance optique est encore

(1) Les altitudes ont été déterminées en observant, pendant le crépuscule, la marche de la courbe qui dans le ciel, limite la coloration. Pour cela j'ai calculé, aussi exactement que possible, la trajectoire dans l'atmosphère des rayons tangents à la sphère terrestre. La courbe décrite par un tel rayon peut être obtenue avec précision. En effet, en désignant, d'une façon générale, par z l'angle avec la verticale d'un rayon issu d'un point P de la surface terrestre, par ρ le rayon terrestre et par *n l'indice de réfraction au point* P, on trouve par un calcul simple que, après sa sortie de l'atmosphère, le rayon supposé prolongé passe à une distance du centre de la Terre égale à $n\rho \sin z$. Cette distance ne dépend en aucune façon des courbes intermédiaires. Connaissant la déviation angulaire du rayon par l'observation astronomique, on peut donc construire exactement en position le rayon lumineux sortant. A une dizaine de kilomètres d'altitude, le rayon coïncide déjà très approximativement avec sa direction définitive, et il est facile d'interpoler pour les couches inférieures.

Si le rayon est tangent ($z = 90°$), le rayon sortant est sur une droite qui, supposée prolongée, passerait à une distance $(n-1)\rho = 1860^{m}$ de la surface terrestre. Pour un observateur extérieur à la Terre, cette dernière se comporterait donc comme si elle avait un diamètre supérieur de $3^{km},7$ au diamètre réel.

Peut-être pourrait-on expliquer ainsi le fait signalé par M. Durand-Gréville et Dufour, que la trace, observée à travers les nuages élevés, des rayons solaires limitant l'ombre terrestre resterait, si on la supposait prolongée, à une altitude minimum de 1600^{m}.

contestée actuellement. Les expériences de Kossonogoff avec des couches de métaux sur verre, de Bock (1903) avec des gouttelettes de vapeur d'eau et d'acide sulfurique, semblent pourtant décisives; dans tous les cas, si leur interprétation théorique reste contestable, les phénomènes optiques qu'elles mettent en évidence pourraient tout aussi bien se produire avec les particules de l'atmosphère, les particules les moins élevées et, par suite, les plus volumineuses (tout en restant de l'ordre des longueurs d'onde) donnant les colorations de plus grande longueur d'onde.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Observations du Soleil faites à l'Observatoire de Lyon pendant le deuxième trimestre de* 1908. Note de M. **J. Guillaume**, présentée par M. Mascart.

Dans ce trimestre on compte 65 jours d'observation; on en déduit les principaux faits suivants :

Taches. — La production des taches a été plus grande que dans le trimestre précédent, et l'activité de ces phénomènes a continué d'être plus forte au sud de l'équateur (41 groupes) qu'au nord (21 groupes). Au total, on a 62 groupes avec une aire de 4357 millionièmes au lieu de 39 groupes et 1597 millionièmes.

On a noté la visibilité à l'œil nu de la tache suivante du Tableau I :

Juin 2,4 .... à — 3° de latitude

D'autre part, il n'y a eu aucun jour sans taches.

Régions d'activité. — Les facules ont également augmenté en nombre et en étendue, cette augmentation étant beaucoup plus forte dans l'hémisphère austral (26) que dans l'hémisphère boréal (7).

Quant à leur répartition de part et d'autre de l'équateur, on a enregistré 72 groupes au lieu de 46 au sud, et 39 au lieu de 32 au nord. Au total, on a 111 groupes et 134,6 millièmes contre 78 groupes et 82,7 millièmes précédemment.

Tableau I. — *Taches.*

Dates extrêmes d'observ.	Nombre d'observations.	Pass. au mér. central.	Latitudes moyennes S.	Latitudes moyennes N.	Surfaces moyennes réduites.	Dates extrêmes d'observ.	Nombre d'observations.	Pass. au mér. central.	Latitudes moyennes S.	Latitudes moyennes N.	Surfaces moyennes réduites.
		1908. Avril.						Avril (suite).			
3-9	5	4,3	—17		165	4-14	7	10,6	— 9		42
2-10	7	6,2	— 9		248	10-13	2	13,1		+10	5
3-5	3	6,5	—17		3	9-15	5	15,6	— 7		248
3-13	7	7,7	—15		313	22-23	2	17,7	— 8		95
8-9	2	8,6		+8	6	15-22	2	19,4	—16		4
3-9	5	9,9	—14		214	22	1	22,2	—12		4

Dates extrêmes d'observ.	Nombre d'obser-vations.	Pass. au mér. central.	Latitudes moyennes S.	Latitudes moyennes N.	Surfaces moyennes réduites.
		Avril (suite).			
22-27	5	23,7	— 3		46
23	1	23,9	— 9		6
22-30	7	24,8	— 8		70
29	1	25,7	— 3		5
23-26	3	28,6	—18		14
	18 j.		—11°,0	+9°,0	
		Mai.			
24- 5	7	1,0	—17		75
29- 7	9	2,4		+13	56
27- 8	11	3,1	— 9		36
30- 4	5	4,1		+ 3	18
29- 9	11	4,2	—12		63
29- 6	8	4,3	— 5		14
29- 9	11	4,8	—15		196
7- 9	3	5,1		+ 6	13
6- 9	4	5,2	— 4		31
7-11	3	7,7	— 7		85
5- 8	4	10,6		+ 7	16
6- 9	4	11,6		+ 7	15
6-11	5	11,7		+11	126
8-16	6	14,4	—11		33
14-25	9	19,1		+11	187
29-30	2	25,7	— 7		7
23-27	2	27,1	—22		11
23-27	2	27,8		+12	8
1- 2	2	30,4	— 9		6
2- 3	2	31,7	— 5		3
	23 j.		—10°,3	+8°,8	

Dates extrêmes d'observ.	Nombre d'obser-vations.	Pass. au mér. central.	Latitudes moyennes S.	Latitudes moyennes N.	Surfaces moyennes réduites.
		Juin.			
26- 7	9	1,3	—15		64
29-30	2	1,3		+ 8	30
1- 3	3	2,3		+ 9	10
27- 7	8	2,4	— 3		482
30- 9	7	5,2	—11		120
30- 9	7	5,3		+11	88
7-11	4	5,4	—17		105
1-10	7	6,1	—12		324
10-13	14	8,7		+10	40
15	1	14,3		+11	3
16	1	14,6	— 6		3
9-20	11	15,3		+10	59
13	1	16,0		+ 5	7
18-19	2	16,8		+12	8
18-19	2	18,1	—10		5
19-20	2	19,2		+10	11
20-22	2	21,1	— 7		3
22	1	21,5	—26		7
15-18	4	21,7	— 2		28
16-22	6	21,9		+ 6	52
22-29	7	23,3	— 20		92
27	1	27,9		+ 4	3
28	1	28,4	—16		2
24- 4	11	28,8	— 2		75
24- 4	11	30,5	—15		249
	24 j.		—11°,6	+8°,7	

Tableau II. — *Distribution des taches en latitude.*

1908.	Sud. 90°-40°.	40°-30°.	30°-20°.	20°-10°.	10°-0°.	Somme.	Nord. Somme.	0°-10°.	10°-20°.	20°-30°.	30°-40°.	40°-90°.	Totaux mensuels.	Surfaces totales réduites.
Avril	»	»	»	7	8	15	2	2	»	»	»	»	17	1488
Mai	»	»	1	4	7	12	8	4	4	»	»	»	20	999
Juin	»	»	1	7	6	14	11	8	3	»	»	»	25	1870
Totaux ...	»	»	2	18	21	41	21	14	7	»	»	»	62	4357

Tableau III. — *Distribution des facules en latitude.*

1908.	Sud. 90°-40°.	40°-30°.	30°-20°.	20°-10°.	10°-0°.	Somme.	Nord. Somme.	0°-10°.	10°-20°.	20°-30°.	30°-40°.	40°-90°.	Totaux mensuels.	Surfaces totales réduites.
Avril	»	»	1	9	8	18	11	4	4	3	»	»	29	32,9
Mai	»	1	2	16	9	28	16	7	6	3	»	»	44	57,8
Juin	»	»	6	12	8	26	12	8	3	1	»	»	38	43,9
Totaux ...	»	1	9	37	25	72	39	19	13	7	»	»	111	134,6

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur la théorie des lignes asymptotiques.* Note de M. A. DEMOULIN.

Soient x, y, z les coordonnées d'un point variable M d'une surface (M) rapportée au réseau (α, β) de ses asymptotiques. Désignons par ϖ la distance de l'origine O au plan tangent en M, par R, R' les rayons de courbure principaux en ce point, et posons $\lambda^2 = -RR'$.

x, y, z satisfont à un système de la forme

$$(1) \qquad \frac{\partial^2 \omega}{\partial \alpha^2} = p\frac{\partial \omega}{\partial \alpha} + q\frac{\partial \omega}{\partial \beta}, \qquad \frac{\partial^2 \omega}{\partial \beta^2} = p'\frac{\partial \omega}{\partial \alpha} + q'\frac{\partial \omega}{\partial \beta}.$$

Rappelons les formules de M. Lelieuvre :

$$(2) \qquad x = \int \left(\theta_2\frac{\partial \theta_3}{\partial \alpha} - \theta_3\frac{\partial \theta_2}{\partial \alpha}\right) d\alpha - \left(\theta_2\frac{\partial \theta_3}{\partial \beta} - \theta_3\frac{\partial \theta_2}{\partial \beta}\right) d\beta, \qquad \ldots.$$

$\theta_1, \theta_2, \theta_3$ vérifient une équation de la forme

$$(3) \qquad \frac{\partial^2 \theta}{\partial \alpha\, \partial \beta} = k\theta;$$

elles vérifient aussi les équations suivantes,

$$(4) \qquad \frac{\partial^2 \theta}{\partial \alpha^2} = p\frac{\partial \theta}{\partial \alpha} - q\frac{\partial \theta}{\partial \beta} + r\theta, \qquad \frac{\partial^2 \theta}{\partial \beta^2} = -p'\frac{\partial \theta}{\partial \alpha} + q'\frac{\partial \theta}{\partial \beta} + r'\theta,$$

dans lesquelles r et r' désignent deux fonctions convenablement choisies.

La fonction k étant définie, indiquons une troisième équation à laquelle satisfont x, y, z :

$$(5) \qquad \frac{\partial^2 \omega}{\partial \alpha\, \partial \beta} = \frac{\partial \log \varpi\sqrt{\lambda}}{\partial \beta}\frac{\partial \omega}{\partial \alpha} + \frac{\partial \log \varpi\sqrt{\lambda}}{\partial \alpha}\frac{\partial \omega}{\partial \beta} + \left(k - \frac{1}{\varpi\sqrt{\lambda}}\frac{\partial^2 \varpi\sqrt{\lambda}}{\partial \alpha\, \partial \beta}\right)\omega.$$

Désignons par I le point dont les coordonnées sont $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ et par (I) la surface décrite par ce point. Le rayon vecteur OI est parallèle à la normale en M et égal à $\sqrt{\lambda}$; en raison de ces propriétés, nous donnerons à la surface (I) le nom d'*indicatrice de la courbure totale de la surface* (M).

La surface (M) n'étant pas développable, la surface (I) n'est pas un cône de sommet O et le déterminant $\delta = \Sigma \pm \theta_1 \frac{\partial \theta_2}{\partial \alpha}\frac{\partial \theta_3}{\partial \beta}$ est différent de zéro [1].

---

[1] Signalons les égalités $p = \frac{\partial \log \delta}{\partial \alpha}$, $q' = \frac{\partial \log \delta}{\partial \beta}$.

En exprimant que le système des équations (3) et (4) admet trois solutions θ_1, θ_2, θ_3 jouissant de cette propriété, on obtient les relations suivantes :

$$(6)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial p}{\partial \beta} = \dfrac{\partial q'}{\partial \alpha}, \\ k = \dfrac{\partial p}{\partial \beta} + qp', \qquad r = \dfrac{\partial q}{\partial \beta} + qq', \qquad r' = \dfrac{\partial p'}{\partial \alpha} + pp', \\ \dfrac{\partial r}{\partial \beta} - qr' = \dfrac{\partial k}{\partial \alpha} - pk, \qquad \dfrac{\partial r'}{\partial \alpha} - p'r = \dfrac{\partial k}{\partial \beta} - q'k. \end{cases}$$

Lorsqu'elles sont vérifiées, le système des équations (3) et (4) est complètement intégrable, et, si l'on prend pour θ_1, θ_2, θ_3 trois solutions de ce système pour lesquelles le déterminant δ est différent de zéro, les formules (2) définissent une surface dont les coordonnées satisfont au système (1) (¹).

Cette proposition est susceptible de nombreuses applications; en voici une des plus intéressantes :

Soit à déterminer les valeurs de k, p, q, r, p', q', r' qui conviennent aux surfaces réglées. Si les lignes $\beta = \text{const.}$ sont les génératrices rectilignes, $q = 0$; le système (6) s'intègre aisément et l'on retrouve les résultats obtenus en 1896 par M. Goursat (*Bull. de la Soc. math. de France*). D'autres conséquences se tirent de cette analyse, parmi lesquelles nous citerons la détermination, par des formules ne renfermant que des quadratures, des surfaces réglées dont les deux branches de la ligne flecnodale coïncident.

En éliminant k, r et r' entre les équations (6), on obtient trois relations différentielles entre p, q, p', q' :

$$(7)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial p}{\partial \beta} = \dfrac{\partial q'}{\partial \alpha}, \\ \dfrac{\partial}{\partial \beta}\left(\dfrac{\partial q}{\partial \beta} + qq'\right) - q\,\dfrac{\partial p'}{\partial \alpha} = \dfrac{\partial}{\partial \alpha}\left(\dfrac{\partial p}{\partial \beta} + qp'\right) - p\,\dfrac{\partial p}{\partial \beta}, \\ \dfrac{\partial}{\partial \alpha}\left(\dfrac{\partial p'}{\partial \alpha} + pp'\right) - p'\,\dfrac{\partial q}{\partial \beta} = \dfrac{\partial}{\partial \beta}\left(\dfrac{\partial p}{\partial \beta} + qp'\right) - q'\,\dfrac{\partial p}{\partial \beta}. \end{cases}$$

Ce sont les conditions nécessaires et suffisantes pour que le système (1) soit vérifié

(¹) Les surfaces (I) qui correspondent aux divers systèmes de valeurs de θ_1, θ_2, θ_3 peuvent être déduites de l'une d'elles au moyen des homographies qui conservent l'origine et le plan de l'infini. Quant aux surfaces (M) correspondantes, on peut les déduire de l'une d'elles au moyen des homographies qui conservent le plan de l'infini.

par les coordonnées d'une surface courbe. Comme application de ce théorème général, cherchons s'il existe des surfaces pour lesquelles on ait $p = q$, $p' = q'$. Ces équations et les équations (7) sont compatibles, et l'on trouve

$$p = q = \frac{\partial \log \omega}{\partial \alpha}, \qquad p' = q' = \frac{\partial \log \omega}{\partial \beta},$$

ω étant une solution quelconque de l'équation

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial \alpha \, \partial \beta} = \varphi(\alpha + \beta)\omega, \tag{8}$$

dans laquelle φ est une fonction arbitraire.

Le système (6) donne ensuite $k = r = r' = \varphi$. Dès lors, pour obtenir les surfaces en question, il faudra intégrer le système

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \alpha \, \partial \beta} = \varphi\theta, \qquad \frac{\partial^2 \theta}{\partial \alpha^2} = \frac{\partial \log \omega}{\partial \alpha}\left(\frac{\partial \theta}{\partial \alpha} - \frac{\partial \theta}{\partial \beta}\right) + \varphi\theta,$$
$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \beta^2} = -\frac{\partial \log \omega}{\partial \beta}\left(\frac{\partial \theta}{\partial \alpha} - \frac{\partial \theta}{\partial \beta}\right) + \varphi\theta$$

qu'on peut remplacer par le suivant, où C désigne une constante arbitraire :

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \alpha \, \partial \beta} = \varphi\theta, \tag{9}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \alpha} - \frac{\partial \theta}{\partial \beta} = C\omega. \tag{10}$$

D'après une remarque faite plus haut, il suffira de déterminer trois solutions θ_1, θ_2, θ_3 du système des équations (9) et (10), telles que le déterminant δ qui leur correspond soit différent de zéro. On vérifie ce système en posant $\theta = \psi(\alpha + \beta)$, ψ satisfaisant à l'équation linéaire $\psi'' = \varphi\psi$. Nous prendrons pour θ_1 et θ_2 deux solutions linéairement indépendantes de cette équation. Quant à θ_3, on pourra la choisir arbitrairement parmi les solutions de l'équation (9) [ou de l'équation (8)] qui ne sont pas fonctions de $\alpha + \beta$; l'équation (10) sera alors vérifiée en ce sens qu'elle définira une fonction ω satisfaisant à l'équation (8). Cette dernière jouit, en effet, de la propriété *caractéristique* suivante : *Si une fonction θ y satisfait, l'expression $\frac{\partial \theta}{\partial \alpha} - \frac{\partial \theta}{\partial \beta}$ y satisfait également.*

Pour les surfaces considérées, *et pour celles-là seulement*, l'indicatrice (I) est un cylindre.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les zéros des intégrales d'une classe d'équations différentielles.* Note de M. **Georges Rémoundos**, transmise par M. Émile Picard.

1. Pour les fonctions à un nombre fini n de branches et, en général, pour toutes les fonctions $u = f(z)$ définies par une équation de la forme

$$(1) \qquad A_0(z) + A_1(z)u + \ldots + A_{n-1}(z)u^{n-1} + u^n + z\varphi(z, u) = 0,$$

les $A_i(z)$ désignant des fonctions entières quelconques (elles ne sont pas toutes des polynomes) et $\varphi(z, u)$ une fonction quelconque de u (sans infinis) et polynome par rapport à z, nous avons établi le théorème suivant [1] :

L'équation

$$u = f(z)$$

admet une infinité de racines pour toute valeur finie de u, *sauf peut-être* $2n - 1$ *au plus, qui s'appellent* exceptionnelles.

Si, en particulier, nous considérons le cas où $\varphi(z, u)$ est égal à une fonction multiforme $q(u)$, nous remarquons que les valeurs exceptionnelles de u seront nécessairement des *points critiques* de la fonction $q(u)$.

Nous nous proposons de communiquer une extension du théorème ci-dessus indiqué [que nous appellerons *théorème* (T)] aux intégrales d'une classe très étendue d'équations différentielles d'ordre quelconque et de la forme suivante,

$$(2) \quad A_0(z) + A_1(z)u + \ldots + A_{n-1}(z)u^{n-1} + u^n + zQ(u, u', u'', \ldots, u^{(m)}) = 0,$$

les fonctions $A_i(z)$ (dont une, au moins, est transcendante) étant entières et $Q(u, u', u'', \ldots, u^{(m)})$ désignant un polynome quelconque par rapport à $u, u', u'', \ldots, u^{(m)}$.

Considérons une intégrale $u = \sigma(z)$ de notre équation (2), qui satisfait

---

[1] Thèse de Doctorat : *Sur les zéros d'une classe de fonctions transcendantes*, Gauthier-Villars, 1906, et *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 2e série, t. VIII.

aussi à d'autres équations

$$u' = g_1(u), \quad u'' = g_2(u), \quad u''' = g_3(u), \quad \ldots, \quad u^{(m)} = g_m(u),$$
$$Q(u, u', u'', \ldots, u^{(m)}) = F(u),$$

où les fonctions $g_1(u)$, $g_2(u)$, ..., $g_m(u)$, $F(u)$ sont bien déterminées pour chaque intégrale $u = \sigma(z)$.

Si la fonction $F(u)$ n'existe pas dans tout le plan, désignons par (D) le domaine de l'existence de cette fonction, qui coïncide avec le domaine de l'existence de l'inverse de l'intégrale $u = \sigma(z)$; appelons aussi *valeurs exceptionnelles parfaites* les valeurs de u que l'intégrale $u = \sigma(z)$ ne prend à distance finie que pour $z = 0$.

Cela posé, nous démontrons que les seuls cas qui peuvent se présenter sont les suivants :

a. Ou bien l'équation

$$A_0(z) + A_1(z)u + \ldots + A_{n-1}(z)u^{n-1} + u^n + zF(u) = 0$$

n'est pas irréductible, c'est-à-dire qu'elle ne détermine pas une seule fonction $u = \sigma(z)$, *mais plusieurs distinctes.*

b. Ou bien dans le domaine (D) *l'intégrale* $u = \sigma(z)$ *jouit de la propriété exprimée par le théorème* (T) *à condition d'exclure les valeurs exceptionnelles non parfaites; autrement dit, le nombre des valeurs exceptionnelles non parfaites du domaine* (D) *ne saurait dépasser* $2n - 1$ *(l'infini non compris).*

Un au moins de ces faits aura lieu; c'est là une extension aux intégrales d'une classe étendue d'équations différentielles du célèbre théorème de M. Picard.

Dans l'équation (2) la fonction $Q(u, u', \ldots, u^{(m)})$ peut être aussi transcendante par rapport à $u, u', \ldots, u^{(m)}$.

Dans le cas où $F(u)$ est une fonction multiforme, les valeurs exceptionnelles doivent être des points critiques de cette fonction.

Il est bien entendu que l'extension aux intégrales des équations différentielles considérées du théorème des fonctions à un nombre fini de branches est aussi vraie pour toutes ses généralisations.

Un résultat analogue est obtenu par M. Painlevé pour les intégrales des équations différentielles du premier ordre, algébriques par rapport à u et z [1]. Au contraire, les équations de ce travail sont nécessairement trans-

---

(1) *Leçons de Stockholm*, p. 233 *bis*, 234, 235.

cendantes par rapport à z. La démonstration du théorème que nous venons d'énoncer ici se fait par la même méthode d'élimination que celle du théorème (T) et s'appuie sur le théorème fondamental de M. Borel plusieurs fois cité dans mes travaux antérieurs sur les zéros des fonctions transcendantes (voir, par exemple, ma Thèse : Gauthier-Villars, 1906, et *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse,* 2e série, t. VIII).

CINÉMATIQUE. — *Sur la viriation de deux surfaces réglées.* Note (1) de M. Haag, présentée par M. P. Painlevé.

On sait que tout mouvement d'un corps solide peut être réalisé par la *viriation* d'une surface réglée Σ sur une autre surface réglée Σ'. Les deux surfaces se raccordent constamment le long de l'axe central du mouvement, de sorte que la correspondance ainsi établie entre les deux surfaces est telle que *deux génératrices homologues aient même paramètre de distribution* (en grandeur et en signe). On peut penser à première vue qu'en établissant une telle correspondance entre deux surfaces réglées quelconques, on pourra les faire virier l'une sur l'autre. Mais, si l'on appelle γ et γ' les indicatrices sphériques des génératrices de Σ et Σ' et Γ et Γ' les lignes de striction correspondantes, on voit aisément qu'*il faut et il suffit que deux axes homologues quelconques de* γ *et de* γ', *ou, ce qui revient au même, de* Γ *et* Γ', *aient même longueur* (2). Pour étudier cette question d'une façon précise, il est nécessaire de donner des signes aux différentes grandeurs qui vont se présenter. A cet effet, nous commencerons par fixer un sens positif sur chaque génératrice G de Σ. Soit μ le point homologue de γ. Prenons ensuite une origine des arcs et un sens positif arbitraire sur γ. Soit μY la demi-tangente positive de cette courbe. Soit μZ le prolongement du rayon qui aboutit au point μ, et soit enfin μX la demi-droite telle que le trièdre μXYZ soit trirectangle et positif. Ce trièdre définit, comme on sait, un sens positif de rotation autour de chacune de ses arêtes et dans chacune de ses faces. Adoptons enfin sur Γ un sens positif et une origine arbitraires.

Ceci étant, nous appellerons t l'abscisse curviligne de μ sur γ et s celle du point central correspondant M sur Γ. Nous appellerons α l'angle de μZ

---

(1) Présentée dans la séance du 10 août 1908.

(2) On déduit immédiatement de là les théorèmes classiques sur les cas où l'axe instantané a une direction fixe, ou bien est fixe, par rapport au corps solide.

avec la demi-tangente positive de Γ au point M, angle compté positivement dans le plan (μZ, μX), qui est parallèle au plan central. Nous désignerons par k le paramètre de distribution affecté d'un signe tel que, si z désigne la cote d'un point quelconque m de G par rapport au point M et à la demi-droite μZ et si ω est l'angle de μZX avec le plan tangent en m, on ait en grandeur et en signe

$$z = k \operatorname{tang} \omega.$$

On vérifie de suite l'égalité

$$(1) \qquad k = \frac{ds}{dt} \sin \alpha.$$

Nous appellerons enfin ρ_1 le rayon de courbure normale de Γ sur Σ, ce rayon de courbure étant mesuré sur μY, et tangψ le rayon de courbure géodésique de γ au point μ, ce rayon étant mesuré sur μX. Un raisonnement géométrique simple donne la formule

$$(2) \qquad \rho_1 = \frac{k}{\sin \alpha} \frac{\sin \psi}{\sin(\psi - \alpha)}.$$

Soit maintenant G′ la génératrice de Σ' homologue de G. Fixons sur G′ un sens positif qui soit le même que pour G, quand G′ vient coïncider avec G dans la viriation. Nous en déduisons l'image sphérique μ'. Si l'on peut faire virier Σ sur Σ', on pourra choisir sur γ' une origine et un sens positif tels que les abscisses curvilignes des points homologues μ et μ' soient constamment égales. Aussi les désignerons-nous toutes les deux par la même lettre t. Quant aux autres quantités, on les définira pour Σ' comme pour Σ et nous les désignerons par les mêmes lettres affectées d'accents. Ce seront toutes des fonctions de la même variable t.

Ceci posé, pour que la viriation soit possible, il faut et suffit qu'on ait

$$(3) \qquad k' = k,$$

ou encore

$$(4) \qquad ds' \sin \alpha' = ds \sin \alpha.$$

Introduisons maintenant le pas du mouvement, c'est-à-dire le rapport p entre les mesures algébriques sur μZ [1] de la translation instantanée et du

[1] Ou sur μ'Z′, car dans la viriation les deux trièdres μXYZ et μ'X′Y′Z′ coïncident. Remarquons encore que les courbes γ et γ' roulent évidemment l'une sur l'autre.

vecteur instantané de rotation. On démontre par la Géométrie la formule suivante,

(5) $$p = \frac{2\sin(\alpha - \alpha')\sin\alpha\sin\alpha'}{\frac{\sin^2\alpha}{\rho'_1} - \frac{\sin^2\alpha'}{\rho_1}},$$

ou encore, en tenant compte de (2) et de (3),

(6) $$\frac{1}{p} = \frac{1}{2k}\left[1 - \frac{\sin\alpha\sin\alpha'\sin(\psi' - \psi)}{\sin\psi\sin\psi'\sin(\alpha' - \alpha)}\right],$$

formule élégante dont on peut sans doute tirer des applications. C'est ainsi que, *pour qu'il y ait roulement de Σ sur Σ'*, il faut et suffit que $p = 0$ et, par suite, $\alpha = \alpha'$. D'où l'on peut déduire un énoncé donnant les conditions nécessaires et suffisantes pour que deux surfaces réglées soient applicables.

Laissons de côté pour l'instant ces applications, et voyons comment on peut *obtenir les équations des surfaces Σ qui correspondent à une surface Σ' donnée et à un pas également donné pour chaque génératrice de Σ'.*

Donnons-nous arbitrairement la courbe γ (c'est-à-dire le cône directeur de Σ), et prenons-y un système quelconque d'abscisses curvilignes t. Nous connaissons alors en fonction de t les quantités suivantes :

$$\alpha', \quad \psi', \quad k, \quad \psi \quad \text{et} \quad p.$$

L'équation (6) nous donne ensuite $\operatorname{tang}\alpha$. Nous sommes donc ramenés au problème suivant :

Déterminer une surface réglée connaissant son indicatrice, son paramètre de distribution et l'angle de chaque génératrice avec la ligne de striction.

Soient a, b, c les cosinus directeurs de μZ; a', b', c' ceux de μY; a'', b'', c'' ceux de μX. Ces cosinus se calculent aisément en fonction de t, dès qu'on se donne γ. Soient alors x_0, y_0, z_0 les coordonnées du point central de la génératrice correspondante. On a

(7) $$\begin{cases} x_0 = \int k(a'' + a\operatorname{cotang}\alpha)\,dt, \\ y_0 = \int k(b'' + b\operatorname{cotang}\alpha)\,dt, \\ z_0 = \int k(c'' + c\operatorname{cotang}\alpha)\,dt. \end{cases}$$

Appliquons ceci au mouvement de glissement d'un hyperboloïde de révolution sur une surface applicable. Soient $2V$ le demi-angle au sommet du cône

asymptote et $2R$ le rayon du cercle de gorge. *La surface Σ' est ici un conoïde de Plücker,* d'équation

$$z = 2R \sin 2V \frac{xy}{x^2+y^2}.$$

On a alors

$$k = -2R \sin 2V \cos 2t, \qquad \alpha' = -\frac{\pi}{2}, \qquad \psi' = \frac{\pi}{2},$$

d'où, en appliquant la formule (6),

$$\operatorname{tang}\alpha \operatorname{cotang}\psi = 1 + \frac{4R \sin 2V \cos 2t}{p},$$

Or on trouve, par quelques considérations géométriques,

$$p = 2R \sin 2V \sin(t - V) \sin(t + V) = -\frac{k}{2} + \frac{R \sin 4V}{2},$$

d'où

$$\operatorname{tang}\alpha \operatorname{cotang}\psi = 1 + \frac{2 \cos 2t}{\sin(t-V)\sin(t+V)} = \frac{\cos 2V + 3 \cos 2t}{\cos 2V - \cos 2t}.$$

Il suffira alors de se donner arbitrairement une courbe sphérique γ et d'appliquer les formules (7).

PHYSIQUE. — *L'hélium liquide.* Note [1] de M. H. **Kamerlingh Onnes.**

Le premier pas vers la liquéfaction de l'hélium, d'après la théorie de M. van der Waals, a été la détermination des isothermes, particulièrement de celles qui correspondent aux basses températures qu'on peut obtenir à l'aide de l'hydrogène liquide. Elles donnaient (Communication n° 102 du Laboratoire de Leyde, 1907), pour la température critique de l'hélium, 5° à 6° sur l'échelle de Kelvin. Or, disposant du cycle d'hydrogène liquide qui est établi à Leyde (Communication n° 94, 1906) pour les mesures de précision prolongées et qui permet de continuer un refroidissement à 15° K. aussi longtemps qu'on le désire, d'après un théorème développé dans la Communication n° 23, 1896 [2], on pouvait liquéfier statiquement un gaz ayant la température critique de l'hélium par une circulation prolongée dans un cycle *conforme* à ce cycle d'hydrogène liquide et travaillant dans des circonstances *correspondantes*. La méthode, la construction des appareils et

---

(1) Reçue dans la séance du 17 août 1908.

(2) Je m'occupais alors de liquéfier statiquement l'hydrogène.

les expériences qui ont servi à atteindre ce but sont décrites en détail dans le Supplément du procès-verbal de la séance du 27 juin dernier de l'Académie d'Amsterdam, où j'ai signalé aussi l'importance qu'ont eue pour le succès, à côté de la théorie de M. van der Waals, les moyens que M. Dewar a mis à la disposition des physiciens. Je prends la liberté de présenter un extrait de ce Mémoire.

200^l d'hélium très pur sont mis en circulation à raison de 1400^l normaux par heure, aussi longtemps qu'on le désire, par un compresseur de Cailletet à plongeur de mercure, modifié comme cela a été décrit dans les Communications n°s 14 et 54 (1894 et 1900) [1], et précédé du compresseur auxiliaire. L'hélium, comprimé jusqu'à 100^{atm} avant d'entrer dans le régénérateur à robinet d'expansion, est refroidi jusqu'à 15° K. par l'hydrogène liquide s'évaporant sous la pression de 6^{cm} dans un réfrigérateur, où il est admis d'après les indications d'un verre gradué et d'un thermomètre indicateur de niveau.

L'hélium liquide est recueilli dans le fond non argenté d'un verre évidé à double paroi, argenté pour le reste. La partie transparente est entourée par de l'hydrogène liquide dans un verre évidé à double paroi, entouré lui-même d'un verre semblable rempli d'air liquide, qui est entouré à son tour par un verre à alcool qu'on tient un peu chauffé par une circulation. L'appareil restait parfaitement transparent jusqu'à la fin de l'expérience (5 heures après la mise en marche de la circulation d'hélium).

L'expérience a commencé le 10 juillet à 5^h45^m du matin, 75^l d'air liquide ayant été préparés d'avance à l'aide de la cascade de cycles à régénérateurs du laboratoire (Communications n° 14, 1894, n° 94, f. XIII, 1906, et Supplément n° 18, 1907). A 1^h30^m, 20^l d'hydrogène liquide étaient prêts. A 4^h20^m, l'hélium commençait à circuler. A 7^h30^m, l'hélium liquide fut observé pour la première fois. La formation de la première quantité a échappé à l'observation; mais, après, on a vu la surface du liquide se déplacer sous le souffle de l'hélium sortant du robinet et le liquide s'accumuler.

La surface du liquide transparent et incolore était rendue bien visible par réflexion en l'éclairant d'en bas. La surface, une fois observée, ne fut plus perdue de vue. On la voyait traversée par les fils du couple thermométrique. En regardant à travers les trois verres, on voyait à la fois les ménisques de l'air liquide, de l'hydrogène liquide et de l'hélium liquide. La différence de ce dernier liquide exceptionnel avec les autres sautait aux yeux. La capillarité de l'hélium est extrêmement petite; la surface de l'hélium

---

[1] J'ai appliqué le compresseur Cailletet aussitôt qu'il a été connu, il y a 25 ans. Depuis lors je m'en suis servi régulièrement pour comprimer les gaz extrêmement purs en travail continu. Les excellents services que le compresseur à plongeur de mercure m'a rendus dans le *cycle d'hélium* m'ont récompensé du travail que j'ai consacré à réaliser la belle idée de construction de M. Cailletet.

liquide s'applique contre les parois comme la lame d'un couteau. Elle ressemble tout à fait à un ménisque d'acide carbonique dans un tube Cagniard de la Tour; seulement, dans le cas présent, le diamètre du tube était de 5^{cm}.

L'hélium est resté à l'état liquide pendant plus de deux heures. Lorsqu'il y en avait encore 60^{cm^3}, on a recueilli séparément le gaz qui s'en dégageait. La densité du liquide a été trouvée 0,154. Le point d'ébullition, déterminé avec un thermomètre à hélium, fut trouvé 4°,3. Il faut encore y appliquer les corrections à l'échelle Kelvin à l'aide de l'équation d'état de l'hélium, ce qui fera probablement environ 4°,5 K. A part quelques points de différence importants, les propriétés de l'hélium ressemblent d'une manière frappante à l'image que M. Dewar, en se fondant sur différentes suppositions, en a donnée dans son adresse de 1902. Le rapport de la densité du liquide à celle de la vapeur est de 11 à 1. On peut en déduire que la température critique n'est pas beaucoup au-dessus de 5° K et la pression critique pas beaucoup au-dessus de $2^{atm},3$. Des isothermes on déduit plutôt une pression d'environ 3^{atm}, encore bien plus petite que celle des autres corps. Il s'ensuit qu'en soumettant l'hélium à de hautes pressions on peut travailler avec des pressions réduites bien plus hautes qu'on ne les peut réaliser avec d'autres substances. Ce qu'on peut obtenir sous ce rapport en appliquant une pression de 5000^{atm} à l'hélium surpasse ce qu'on atteindrait en soumettant l'acide carbonique, par exemple, à 100000^{atm}.

L'hélium ne s'est pas solidifié lorsque la pression de vapeur a été diminuée. La communication avec la grande pompe à vide n'était pas assez bonne cette fois, mais il est certain que je suis allé jusqu'à 1^{cm}, peut-être même jusqu'à 7^{mm}. Le liquide, à cette température, était encore extrêmement mobile.

S'il se comportait comme le pentane, il ne deviendrait solide que vers 1° K. Pour la force de cohésion *a* de van der Waals, on a trouvé la valeur extrêmement petite de 0,00005 par un calcul provisoire. Toutes ces mesures et calculs sur les propriétés de l'hélium liquide ne sont naturellement que provisoires.

Dans le Supplément n° 9 des Communications (1904), j'ai exposé l'importance des recherches aux très basses températures.

L'intérêt de ces températures a été encore bien augmenté par le parti que M. Jean Becquerel en a tiré dans l'étude de l'absorption de la lumière, qui l'a conduit à tant de données sur les électrons dans les composés des terres rares et à sa découverte des électrons positifs.

Ce qu'on peut dire des températures très basses qu'on pouvait obtenir jusqu'ici s'applique *a fortiori* à celles qu'on pourra obtenir avec l'hélium liquide.

Naturellement, il sera plus difficile de faire des recherches avec l'hélium liquide qu'avec l'hydrogène liquide. Mais il ne faut pas mesurer les difficultés par celle de la première liquéfaction. Une fois les conditions pour obtenir l'hélium liquide bien connues, la plus grande difficulté est levée, et l'on peut concentrer ses efforts sur l'emploi du nouveau gaz liquéfié. La circulation d'hélium dorénavant pourra travailler au Laboratoire de Leyde d'une manière continue simultanément avec le cycle d'hydrogène, de sorte que des mesures même prolongées seront possibles et pourront donner lieu à des collaborations, d'après l'illustre exemple de Moissan et Dewar.

CHIMIE MINÉRALE. — *Action du chlorure d'arsenic et de l'arsenic sur le cobalt.* Note de M. F. **Ducelliez**, transmise par M. Haller.

Les travaux relatifs aux arséniures de cobalt se rapportent généralement aux substances naturelles; la plus répandue, la smaltine $CoAs^2$, a été reproduite par Durocher [1].

Le chlorure d'arsenic agissant sur le cobalt transforme ce métal en chlorure, avec formation d'un arséniure d'autant plus riche que l'opération est effectuée à une température plus basse, sans qu'il soit possible toutefois de dépasser la teneur correspondant à $CoAs^2$. La limite inférieure d'arséniuration est définie par le composé Co^3As^2.

Les alliages d'arsenic et de cobalt, substitués au métal, amènent à des résultats identiques.

Ainsi, dans des expériences successives, où nous avons maintenu le cobalt ou certains arséniures de ce métal, toujours à l'état pulvérulent, en contact avec le chlorure d'arsenic, jusqu'à composition constante, nous avons été amené à des résultats, variant dans certains intervalles de température, que nous nous sommes efforcé de déterminer. Au début et à la fin des opérations, le produit a été isolé dans un gaz inerte : hydrogène ou anhydride carbonique.

---

(1) Durocher. *Comptes rendus*, t. XXXII, 1851, p. 823.

De 800° à 1400°, le cobalt ou l'arséniure à 39 pour 100 d'arsenic [1] se transforment en Co^3As^2 qui, lorsque l'opération est faite au-dessus de 1000°, présente l'aspect de lingots brillants, perdant de l'arsenic au voisinage de 1400°. D à 0° = 7,82.

De 600° à 800°, le cobalt ou l'arséniure Co^3As^2 absorbent de l'arsenic; le produit obtenu répond à la formule CoAs. Cet arséniure est constitué par une poudre gris clair, cristalline, se ternissant légèrement à l'air; chauffé dans un léger courant d'hydrogène, il abandonne de l'arsenic à partir de 800° avant de fondre. D à 0° = 7,62.

De 400° à 600°, le trichlorure commence à réagir sur la poudre de cobalt bien réduite, vers 450°. L'analyse assigne au composé obtenu finalement une teneur voisine de 65,60 pour 100 d'arsenic. Dans ces conditions, CoAs atteint la même teneur en arsenic, qui correspond à Co^2As^3. Ce corps commence à se décomposer à 600° et a pour densité à 0° : 7,35.

Au-dessous de 400°, le corps précédent se transforme lentement en $CoAs^2$, composé qu'on n'obtient pas directement, à ces températures, par l'action du trichlorure sur le cobalt. Ce produit est une poudre grise, s'oxydant à l'air, se décomposant un peu au-dessus de 400°. D à 0° = 6,97.

Pour celles de ces expériences faites à une température supérieure à 600°, il y a mise en liberté d'un peu d'arsenic; la quantité de ce métalloïde isolé croît avec la température; de plus, dans une même série d'essais faits dans un intervalle de température déterminé, la quantité d'arsenic libérée augmente à mesure qu'on se rapproche de l'arséniure à obtenir, tandis que la quantité de chlorure de cobalt diminue. L'arséniure étant élaboré, l'action du chlorure d'arsenic continuant, la masse du composé diminue, et il y a formation constante de chlorure de cobalt et mise en liberté d'arsenic. Dans les deux dernières séries d'expériences il ne se dépose pas d'arsenic, et la production de chlorure de cobalt s'arrête après la formation de Co^2As^3 ou de $CoAs^2$.

Des mélanges d'arsenic et de cobalt, chauffés en présence de l'hydrogène, jusqu'à poids constant, dans les limites de température antérieurement indiquées, amènent à l'obtention de la même série d'arséniures.

Ces corps se forment encore, dans les mêmes conditions de température, lorsqu'on fait passer sur le cobalt pulvérulent des vapeurs d'arsenic, entraînées par un léger courant d'hydrogène.

Le composé Co^3As^2, particulièrement fixe, se produit également par la réduction (900°), au moyen de l'hydrogène, de l'arsénite ou de l'arséniate de cobalt. Le fort dégagement de chaleur qui accompagne ces réductions provoque la volatilisation d'une partie de l'arsenic et, par suite, empêche la formation de CoAs.

Aucun des arséniures cités n'est attirable à l'aimant; leurs densités, de

---

[1] Nous avons obtenu ce corps comme résidu du traitement à l'acide chlorhydrique de culots cobalt-arsenic, contenant moins de 38,86 pour 100 d'arsenic (*Procès-verbaux Soc. sc. ph. nat., Bo.,* 20 février 1908).

beaucoup supérieures à celles trouvées par le calcul, indiquent que la formation de ces corps est accompagnée d'une forte contraction.

Les réactifs chimiques ont sur eux des effets comparables. En particulier : le chlore, l'oxygène, le soufre réagissent vivement; l'acide azotique et l'eau régale les mettent facilement en solution; l'acide chlorhydrique, même concentré et chaud, a fort peu d'action, l'acide sulfurique agit encore moins; les alcalis et les carbonates alcalins en fusion les attaquent lentement.

CHIMIE MINÉRALE. — *Action du trichlorure d'arsenic sur le nickel et sur les arsénionickels.* Note de M. **Em. Vigouroux**, transmise par M. Haller.

Les minéralogistes ont signalé deux arséniures naturels principaux : la rammelsbergite $NiAs^2$ (¹) et la nickeline NiAs, rouge cuivre, dont les formes cristallines ont été reproduites par Durocher (²). Les chimistes n'ont guère étudié, comme composé artificiel, que l'arséniure rouge, mais ils lui attribuent généralement la formule Ni^3As^2. Ainsi Wöhler (³) a rencontré ce dernier, de couleur rouge tombac et souillé de soufre, fer, cobalt, cuivre, dans les fours à verre bleu des fabriques de smalt. Descamps (⁴) l'a préparé en réduisant, à l'aide du cyanure de potassium, l'arséniate ou un mélange d'arsenic et d'oxyde de nickel. Le nickel réduit, de l'oxalate, traité par le trichlorure d'arsenic, a permis à MM. Granger et Didier (⁵) d'obtenir, vers 600°, un corps rappelant le même arséniure Ni^3As^2 trouvé par Wöhler, se présentant sous forme de grains rougeâtres et décomposable par la chaleur.

L'action du même trichlorure, s'exerçant sur une plus grande échelle de température, soit sur le nickel, soit sur ses arséniures, nous a permis de réaliser deux corps : NiAs, rougeâtre comme le produit naturel, et Ni^3As^2, blanc brillant, indécomposable dans les foyers ordinaires. Le trichlorure

(¹) Hoffmann, *Ann. Ph. Chim. Pogg.*, t. XXV, 1832, p. 485. — Rose, *Ann. Ph. Chim. Pogg.*, t. XXVIII, 1833, p. 435. — C. Rammelsberg, *Ber. chem. Gesell.*, t. VII, 1874, p. 152.

(²) Durocher, *Comptes rendus*, t. XXXII, 1851, p. 823.

(³) Wöhler, *Ann. Ch. Ph.*, 2ᵉ série, t. LI, 1832, p. 208.

(⁴) Descamps, *Comptes rendus*, t. LXXXVI, 1878, p. 1022-1065.

(⁵) Granger et Didier, *Bull. Soc. chim.*, 3ᵉ série, t. XXIII, 1900, p. 506.

d'arsenic, contenu dans une cornue, est dirigé, à l'état de vapeurs, à l'intérieur d'un tube horizontal chauffé, contenant une nacelle en porcelaine chargée de la substance à traiter qu'on continue à attaquer jusqu'à ce qu'elle se fixe à une composition constante : il y a apparition de chlorure métallique et d'arsenic libre. Quelquefois, un courant de gaz carbonique purgeait l'appareil avant et après chaque opération, comme dans les intéressantes expériences de MM. Granger et Didier.

I. Le nickel réduit, pulvérulent, préparé par nous aussi pur que possible et surtout exempt de cobalt, qui se comporte différemment dans ce cas, ne subit pas d'attaque sensible au-dessous de 400° (¹). Entre 400° et 600°, il se transforme, dans la nacelle, en une masse qui, dépouillée du chlorure métallique qui l'imprègne, par un lavage à l'eau, répond à la formule NiAs. De 600° à 800°, le corps élaboré présente également la composition précédente. Enfin la même expérience, réalisée entre 800° et 1400°, nous a donné le composé Ni^3As^2.

II. Une gamme d'arsénionickels, indifférents à l'aimant, est aisément obtenue, dans un courant d'hydrogène, par saturation du métal à l'aide de l'arsenic, soit en dirigeant ses vapeurs sur le nickel, soit en chauffant le mélange des deux corps pulvérulents, ce qui entraîne généralement l'incandescence. Les proportions centésimales d'arsenic absorbées sont voisines de 72 lorsqu'on opère entre 300° et 400°, de 65 entre 400° et 600°, de 56 entre 600° et 800°, de 46 au-dessus de 800°; enfin un arséniure à 39 pour 100 est abandonné par des alliages titrant autour de 38, 24 et 11 pour 100, après leur attaque par l'acide sulfurique étendu suivie de l'élimination d'une substance attirable à l'aimant. Tous ces corps, traités isolément par le trichlorure, engendrent facilement les deux composés précédents. Ainsi, entre 400° et 600°, l'arsénionickel à 56 pour 100, qui en présence de l'arsenic libre en absorberait, conserve sa teneur et répond toujours à la formule NiAs. De 600° à 800°, ces alliages tendent également vers NiAs, soit par perte, soit par absorption d'arsenic. Entre 800° et 1400°, tous ceux que nous avons essayés s'y sont transformés en Ni^3As^2 (en particulier les arsénionickels à 39 et à 46 pour 100).

L'arséniure NiAs, de couleur rouge clair, se présente, suivant sa température de production, sous la forme d'une poudre constituée par de petits cristaux à éclat métallique ou en masse légèrement frittée; densité à 0° : 7,57 (théorique : 6,87).

Ni^3As^2 est une substance pulvérulente, grisâtre, à éclat métallique, qui fond vers 1000° et se présente alors sous les apparences d'un lingot dur, brillant, blanc d'argent, se fragmentant facilement en lames sous le choc; densité à 0° : 7,86 (théorique : 7,10).

La chaleur enlève de l'arsenic à NiAs à partir de 100° et l'amène à l'état de Ni^3As^2. Ce dernier, particulièrement fixe, ne commence à subir une décomposition légère que

---

(¹) Les températures étaient approximativement appréciées à l'aide d'une pince Le Chatelier dont l'extrémité plongeait dans un peu de magnésie entourant l'extérieur du tube au niveau de la nacelle.

vers 1400°. Inversement, chauffés en présence de l'arsenic, dans un courant d'hydrogène, à des températures décroissantes, ces corps subissent une arséniuration croissante, et, au-dessous de 400°, la proportion de métalloïde absorbée est telle qu'ils sont transformés en une poudre grisâtre de formule $NiAs^2$.

Le chlore, à chaud, les attaque très vivement. L'oxygène, dès le rouge sombre, les brûle avec production d'une flamme pâle et dégagement de fumées blanches. Le soufre en vapeurs les transforme en sulfures fondus. L'acide azotique et l'eau régale les amènent rapidement en solution. Les acides chlorhydrique et sulfurique, même concentrés et chauds, ne produisent que fort peu d'effet. Le chlorate et l'azotate de potassium en fusion les désagrègent en formant de l'arséniate de potassium, le premier avec incandescence. Leur attaque à l'aide des alcalis ou des carbonates alcalins n'a lieu que lentement.

Conclusions. — L'action du chlorure d'arsenic sur le nickel nous a permis d'obtenir, avec Ni^3As^2 souvent mentionné, le corps NiAs trouvé dans la nature.

Le biarséniure naturel, correspondant à $NiAs^2$ dont nous poursuivons l'étude, a été également reproduit par nous.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur deux des procédés de préparation de la monométhylamine.* Note de M. **Maurice François**, transmise par M. H. Le Chatelier.

Dans des Notes précédentes [1] j'ai donné un procédé permettant la séparation exacte des amines très volatiles et de l'ammoniaque; ce procédé est basé sur l'action de l'oxyde jaune de mercure qui absorbe l'ammoniaque en totalité sans le combiner aux amines. J'avais laissé entrevoir que les procédés de séparation existants, à l'exclusion du procédé de M. Jarry, devaient être inexacts. Le fait a été précisé depuis par M. Bertheaume [2], qui a montré que le traitement par l'alcool absolu d'un chlorhydrate de méthylamine souillé de chlorhydrate d'ammoniaque laisse dans le chlorhydrate purifié 8,50 pour 100 de chlorhydrate d'ammoniaque. J'ai montré moi-même [3] que la séparation de l'ammoniaque à l'état de phosphate ammoniaco-magnésien était complètement inapplicable aux mélanges d'ammoniaque et de monométhylamine.

---

(1) *Comptes rendus*, t. CXLIV, p. 567 et 857.
(2) *Comptes rendus*, t. CXLVI, p. 1215.
(3) *Comptes rendus*, t. CXLVI, p. 1284.

Le procédé à l'oxyde jaune de mercure a l'avantage, outre son exactitude, de permettre d'éviter complètement l'emploi de l'alcool absolu et de fournir à l'état de monométhylamine exempte d'ammoniaque la totalité de la monométhylamine contenue dans le produit brut à purifier. Mais, pour appliquer ce procédé, qui élimine l'ammoniaque et rien autre chose, il est de toute évidence qu'il faut prendre comme point de départ une méthylamine brute qui ne contienne que de l'ammoniaque et de la monométhylamine à l'exclusion de toute autre base azotée. Il y a donc lieu d'examiner à ce point de vue, ainsi qu'au point de vue du rendement, quelques procédés de préparation de la monométhylamine.

Parmi ceux-ci, deux surtout, caractérisés par leur bon rendement, ont été très en faveur : celui d'Hoffmann par l'acétamide bromé (¹), et celui de MM. Brochet et Cambier (²) par le formol et le chlorhydrate d'ammoniaque.

1° *Préparation par le chlorhydrate d'ammoniaque et le formol.* — Dans ce procédé, le produit brut est un mélange de chlorhydrate de monométhylamine, de chlorhydrate d'ammoniaque, de formol, de chlorhydrate de triméthyltriméthylène-triamine, etc., les deux derniers corps en quantité considérable. On ne peut évidemment pas songer à employer ce produit brut à la préparation de la monométhylamine pure ; mais, se résignant à employer l'alcool absolu, peut-on se servir du chlorhydrate qui résulte d'une première cristallisation du produit brut dans l'alcool absolu? une partie des impuretés très abondantes ne passe-t-elle pas dans les cristaux?

Pour résoudre la question, il suffit de trouver quelques réactions caractéristiques de la principale impureté. J'ai observé que les solutions chlorhydriques moyennement concentrées de triméthyltriméthylène-triamine décolorent une solution d'iode dans l'iodure de potassium, puis laissent déposer, par une nouvelle addition de réactif, un periodure brun formé de sphérules observables au microscope, et qu'une solution d'iodure mercurique dans l'iodure de potassium y détermine un précipité jaune pâle également formé de sphérules microscopiques. Enfin le chlorhydrate de triméthyltriméthylène-triamine est facilement soluble dans le chloroforme pur.

Le chlorhydrate de monométhylamine préparé suivant la méthode de MM. Brochet et Cambier, et purifié par une seule cristallisation dans l'alcool absolu, étant soumis à ces réactions, se comporte comme il suit :

$0^g,50$ dissous dans 2^{cm^3} d'eau et additionnés de 1^{cm^3} de solution décinormale d'iode donnent un précipité couleur chocolat apparaissant au microscope formé de globules. $0^g,50$ dissous dans 2^{cm^3} d'eau précipitent abondamment, par addition de 1^{cm^3} de solution d'iodure mercurique (HgI^2, 100^g; KI, 75^g pour 1 litre); le précipité se montre

(¹) *Deutsch. chem. Gesellsch.*, 1877, p. 2226.
(²) *Bulletin de la Société chimique*, 1895, p. 533.

au microscope formé de globules. Enfin 2^g sont pulvérisés et mêlés à 20^g de sable quartzeux ; le mélange est séché sur l'acide sulfurique, introduit rapidement dans une très petite allonge et épuisé à froid par du chloroforme privé d'alcool par agitation avec l'acide sulfurique et récemment distillé. Le chloroforme laisse par évaporation un résidu qui, séché à 70°-80°, pèse $0^g,066$, soit 3,3 pour 100 du chlorhydrate. Ce résidu dissous dans l'eau présente les réactions de la triméthyltriméthylène-triamine.

Traité parallèlement et dans des conditions identiques, un échantillon de chlorhydrate de monométhylamine préparé par l'acétamide bromé n'a donné aucun précipité par les réactifs ci-dessus et n'a rien cédé au chloroforme.

Le chlorhydrate de monométhylamine préparé par le chlorhydrate d'ammoniaque et le formol retient donc, après une première cristallisation, 3 pour 100 environ de triméthyltriméthylène-triamine; je ne crois donc pas qu'il puisse servir quand on a en vue de préparer de la monométhylamine pure.

2° *Préparation par l'acétamide bromé.* — Dans l'épuisement par le chloroforme du chlorhydrate de monométhylamine préparé par l'acétamide bromé, rapporté ci-dessus, le chloroforme ne dissout pas trace de matière. Les chlorhydrates de di- et de triméthylamine étant solubles dans le chloroforme, cela signifie d'une manière certaine que ce chlorhydrate est exempt de bases secondaires et de bases tertiaires. Le produit brut de la préparation est uniquement un mélange d'ammoniaque et de monométhylamine; il se prête très bien et directement à la purification par l'oxyde jaune de mercure. Ainsi purifié, il donne un chlorhydrate pur, bien exempt d'ammoniaque, fondant à 226° et contenant le chiffre théorique de chlore.

C'est donc bien la préparation par l'acétamide bromé qu'on doit choisir lorsqu'on a en vue la préparation de la monométhylamine pure.

Malheureusement, ce procédé est loin de fonrnir le rendement que lui attribuait son auteur. Hoffmann a annoncé qu'il obtenait pour 59^g d'acétamide $52^g,65$ de chlorhydrate de monométhylamine. Il établissait ce rendement en épuisant le chlorhydrate brut, mélange de chlorhydrate d'ammoniaque et de chlorhydrate de méthylamine, par l'alcool absolu bouillant; il est très vraisemblable qu'il prolongeait l'action de l'alcool pour enlever tout le chlorhydrate de monométhylamine et que, dans ces conditions, il disssolvait la presque totalité du chlorhydrate d'ammoniaque et le comptait comme chlorhydrate de méthylamine.

En suivant en effet très exactement le procédé donné par Hoffmann, et en partant de 59^g, une molécule d'acétamide bien pur, j'ai à plusieurs reprises constaté que les chlorhydrates produits pesaient environ $50^g,46$ et étaient formés de $23^g,78$ de chlorhydrate de monométhylamine et de $26^g,68$ de chlorhydrate d'ammoniaque. Dans ces conditions, le rendement n'est plus que 35,22 pour 100 du rendement théorique et 14,92 pour 100 de l'azote ne se retrouvent pas sous forme basique. Ils ont disparu en grande partie sous forme d'azote libre.

BOTANIQUE. — *Sur le mode de végétation de la Morille.* Note de M. **Louis Matruchot**, présentée par M. Gaston Bonnier.

La germination des spores de Morille, signalée déjà par de Seynes, réalisée à nouveau par Brefeld, puis par Costantin et moi ([1]), donne naissance à un mycélium dont nous avons indiqué sommairement les principaux caractères. Ce mycélium a été obtenu depuis par divers autres expérimentateurs, en particulier par Répin, Molliard, Fron ([2]); les deux premiers ont réussi à observer la formation des appareils reproducteurs; d'autre part, Molliard a montré que la forme conidienne de *Morchella esculenta* est la Mucédinée antérieurement découverte et décrite par moi ([3]) sous le nom de *Costantinella cristata*.

Le cycle complet du développement de la Morille est donc aujourd'hui bien connu ([4]). Mais nous sommes encore assez mal renseignés sur le mode de végétation de ces Champignons dans la nature.

Or, dans nos études sur le mycélium de Morille, Costantin et moi avons les premiers signalé et décrit des productions très caractéristiques, sortes de *masses sclérotiformes*, constituées par des agglomérations de filaments, dont la nuance varie du brun clair ou jaunâtre au brun noirâtre, et qui nous avaient paru être des ébauches de fructifications. Ces productions ont été observées à nouveau par Répin et par Molliard; leur existence est constante dans les cultures artificielles des diverses espèces de Morille.

Une étude attentive de ces *masses sclérotiformes* en milieu artificiel m'ayant

---

([1]) Costantin et Matruchot, *Sur la production du mycélium des Champignons supérieurs* (*Comptes rendus des séances la Société de Biologie,* 11 janvier 1906).

([2]) *Cf.* Répin, *La culture de la Morille* (*Revue générale des Sciences,* 15 juillet 1901, et *Comptes rendus,* t. CXL, 1905, p. 1274). — Molliard, *Mycélium et forme conidienne de la Morille* (*Comptes rendus,* t. CXXXVIII, février 1904) et *Forme conidienne et sclérotes de* Morchella esculenta *Pers.* (*Revue générale de Botanique,* t. XVI, 1904, p. 209). — Fron, *Sur les conditions du développement du mycélium de la Morille* (*Comptes rendus,* t. CXL, 1905, p. 1187).

([3]) L. Matruchot, *Recherches sur le développement de quelques Mucédinées* (*Thèse de Doctorat,* Paris, 1892).

([4]) A l'exception toutefois de la germination des conidies, qui n'a pas encore pu être réalisée. Toutes mes tentatives sur les spores de *Costantinella* ont échoué; Molliard, depuis, n'a pas été plus heureux.

familiarisé avec leur aspect, leur forme et leur structure, j'ai pu reconnaître leur existence dans la nature et m'en servir pour fixer un point de la biologie de la Morille.

Les expériences et observations ont porté sur *Morchella semilibera* DC dont une station naturelle existe à Meudon, occupant un espace d'une superficie d'un are environ, en terrain caillouteux, où chaque année, depuis 1905, j'observe et recueille les fructifications ascosporées.

D'une part, j'ai fait des cultures artificielles de cette espèce, de façon à bien préciser les caractères du mycélium et des *masses sclérotiformes*. D'autre part, je me suis astreint, chaque année, à rechercher et à suivre dans le sol, à partir des chapeaux de Morille, le mycélium souterrain du Champignon.

Plus de vingt observations différentes m'ont donné les mêmes résultats. Toujours, au pied du chapeau de Morille et à fleur de sol, existe un tubercule charnu sur lequel la fructification a pris naissance. Ce tubercule, par sa taille (qui peut atteindre jusqu'à 4^{cm} ou 5^{cm} de diamètre), par sa couleur jaunâtre, par sa forme irrégulière, par sa texture compacte, par son élasticité et par la façon dont il se laisse déchirer, n'est pas sans rappeler certaines Éponges marines; mais le faux tissu qui le constitue présente une assez grande dureté. En se formant sur place, ce faux tissu a englobé des éléments du sol, particules de terre, cailloux, qui y sont emprisonnés et font corps avec lui.

A ce tubercule aboutissent de nombreux cordons et filaments épars dans le sol environnant, où ils forment de place en place des *masses sclérotiformes* identiques à celles dont j'ai parlé plus haut. Il n'est pas toujours facile de suivre le mycélium dans le sol sur une grande longueur; mais les caractères de ces *masses sclérotiformes* sont si nets que le doute n'est pas permis et que j'ai pu, avec certitude, les rattacher au tubercule charnu qui est à la base du chapeau de Morille, et avec lequel elles sont en continuité par l'intermédiaire du mycélium souterrain.

Or, les *masses sclérotiformes* sont nettement en contact avec des racines de végétaux supérieurs, en particulier avec des racines d'Orme (*Ulmus campestris*), qu'elles entourent d'un manchon à la façon des mycorhizes ectotrophes et qu'elles pénètrent même partiellement comme dans le cas des mycorhizes endotrophes.

Il semble que ces *masses sclérotiformes* soient le lien naturel entre la mycorhize et le mycélium souterrain du Champignon : elles constitueraient, pour ainsi dire, un organe de fixation de l'appareil végétatif du Champignon sur les racines de l'arbre aux dépens duquel il vit.

En résumé, des expériences et observations qui précèdent il résulte deux faits nouveaux de la biologie de la Morille :

1° Les *masses sclérotiformes* que produisent en abondance les cultures artificielles de Morilles existent *normalement* dans la nature;

2° Par ces *masses sclérotiformes* le mycélium souterrain de la Morille se met en relation avec des racines d'arbres, en particulier avec des racines d'Orme, et forme avec celles-ci de *véritables mycorhizes*.

BOTANIQUE. — *Influence des conditions extérieures sur le développement et la sexualité des prothalles de Polypodiacées.* Note de M. G. Perrin, présentée par M. Gaston Bonnier.

De nombreuses recherches faites sur les prothalles de Polypodiacées nous ont montré que l'unisexualité était, chez ces prothalles, beaucoup plus fréquente qu'on ne l'admettait généralement.

Les anthéridies apparaissent de très bonne heure, dès que l'aspect cordiforme commence à se dessiner; elles se présentent d'abord en petit nombre vers le pied et, au fur et à mesure du développement du prothalle, se multiplient de bas en haut, mais restent néanmoins toujours localisées dans la moitié inférieure, seule région où se trouvent les rhizoïdes.

Les archégones n'apparaissent que plus tard, lorsque le coussinet médian est bien développé. Leur nombre peut varier de un à dix-huit, selon les genres; il n'est pas constant pour une espèce donnée. Ces archégones, comme les anthéridies, ne se forment pas simultanément; ils sont d'autant plus jeunes qu'ils sont plus rapprochés de l'échancrure du cœur. Ainsi, tandis que les premières anthéridies apparaissent à la base, les premiers archégones, au contraire, se montrent vers le milieu du prothalle.

Lorsque le prothalle perd son aspect cordiforme, il présente le plus souvent une languette médiane à la place de l'échancrure, et dans ce cas le coussinet, mal développé, ne donne généralement pas naissance à des archégones; le prothalle reste unisexué au stade mâle. La languette prothallienne médiane semble donc avoir la valeur morphologique du massif cellulaire central, sur lequel se forment normalement les archégones.

Les prothalles unisexués sont nombreux avec certaines espèces d'*Adiantum* et avec les *Aspidium falcatum* et *Pteris cretica*, mais, fait à signaler, ils sont généralement mâles; les prothalles femelles sont plutôt rares.

Nous nous sommes demandé s'il ne fallait pas rechercher la cause de cette tendance de certaines espèces à l'unisexualité dans la spore elle-même, et pour cela nous avons examiné attentivement, plus particulièrement au point de vue de la forme et des dimensions, un grand nombre de spores de ces espèces, recherchant s'il ne nous était pas possible de les classer en microspores et macrospores à développement différent.

Nous avons trouvé des spores de dimensions inégales aussi bien chez les Polypodiacées donnant des prothalles généralement hermaphrodites, comme les *Polystichum Filix-mas*, *Blechnum Spicant*, *Polypodium vulgare*, que chez

celles qui ont une tendance manifeste pour l'unisexualité, telles que l'*Aspidium falcatum* et le *Pteris cretica*.

Ayant séparé ces spores en remarquant que les plus grosses, situées généralement à l'ouverture de l'anneau, tombent les premières, et fait des semis séparés avec chaque sorte, nous avons trouvé dans chaque culture à peu près la même proportion de prothalles unisexués et de prothalles hermaphrodites qu'avec les semis ordinaires.

La dimension des spores semble donc n'avoir aucune influence sur le développement et la sexualité des prothalles.

Le protoplasma de ces spores est-il différent? C'est ce que nous n'avons pu déterminer, mais il est à prévoir qu'il faut surtout rapporter aux conditions extérieures cette tendance à l'unisexualité, manifestée par certaines espèces.

Les conditions extérieures qui semblent avoir le plus d'influence paraissent tenir : 1° au milieu nutritif; 2° à la lumière ; 3° à la température ; 4° à l'humidité ; 5° à l'époque des semis.

Les spores germant sur milieu nutritif pauvre donnent des prothalles rudimentaires qui peuvent rester en l'état près d'un an et reprendre leur développement si on les place dans des conditions favorables.

Lorsque le milieu est peu concentré comme les liqueurs de Knopp ou de Detmer diluées, la croissance des prothalles est lente ; les organes mâles apparaissent normalement, tandis que les organes femelles n'apparaissent que tard et souvent avortent complètement même dans les espèces qui, comme les *Polystichum Oreopteris*, *Blechnum Spicant*, *Polypodium vulgare*, ne manifestent aucune tendance à l'unisexualité.

Lorsque le milieu nutritif ne renferme pas d'azote, les prothalles sont généralement unisexués mâles. Prantl avait déjà réussi à empêcher la formation d'archégones sur le prothalle d'*Osmonda regalis* en le cultivant sur liquide dépourvu d'azotate. Au contraire, les milieux riches en azote donnent en majeure partie des prothalles hermaphrodites. Peut-être faut-il voir là une nouvelle activité donnée au cloisonnement de la cellule génératrice par apport d'azotates, qui favorisent, comme on le sait depuis les travaux de Palladine, l'assimilation chlorophyllienne.

La lumière a une action prépondérante sur la formation des organes reproducteurs. Les prothalles de Polypodiacées demandent pour se développer dans de bonnes conditions une demi-obscurité correspondant comme intensité au quart de la lumière solaire directe. L'apparition des organes reproducteurs est facilitée par la lumière faible ; les prothalles cultivés à la demi-

obscurité sont généralement hermaphrodites, à l'inverse de ceux qui, cultivés en pleine lumière, sont le plus souvent unisexués mâles.

L'action des différentes sortes de lumière est fort variable : les rayons bleus donnent des cultures de végétation moyenne, les rayons jaunes des cultures rabougries avec de nombreux prothalles unisexués, les rayons rouges des cultures exubérantes avec grande tendance à l'unisexualité, les rayons violets favorisent à la fois le développement et le verdissement.

La température optima pour le développement des prothalles est voisine de 25° ; une température plus basse ralentit la croissance, une température plus élevée favorise le développement rapide de l'appareil végétatif et augmente le nombre des prothalles unisexués.

L'humidité est indispensable à la croissance des prothalles, l'eau entrant dans leur constitution pour les $\frac{4}{5}$ de leur poids environ. A l'air sec, les prothalles se ratatinent et passent à l'état de vie ralentie, attendant des circonstances plus favorables pour reprendre leur développement.

L'époque des semis a aussi son importance : les meilleures cultures nous ont été données par les semis de printemps ; les semis d'été et d'automne semblent favoriser l'unisexualité des prothalles.

En résumé, l'influence des conditions extérieures sur le développement et la sexualité des prothalles de Polypodiacées est manifeste et indiscutable ; aussi ne doit-on pas considérer comme des formes fixes et nettement définies celles que l'on obtient par les cultures en serre ; il serait donc imprudent de faire état de ces formes pour chercher à établir par les prothalles une classification rationnelle des Polypodiacées.

BOTANIQUE. — *Étude physiologique sur le développement des fruits et des graines.* Note de M. W. **Lubimenko**, présentée par M. Gaston Bonnier.

La transformation de l'ovule en graine exige, comme on le sait, certaines conditions physiologiques dont l'ignorance a empêché jusqu'à présent d'obtenir hors du sac embryonnaire le développement de l'œuf fécondé en embryon normal. Il m'a paru intéressant de communiquer à ce sujet quelques résultats d'expériences sur le développement des fruits et des graines que j'ai effectuées au Laboratoire de Biologie végétale de Fontainebleau.

Tout d'abord j'ai essayé d'éclaircir le rôle que joue le péricarpe dans la physiologie des échanges gazeux des graines.

L'atmosphère intérieure au péricarpe, et qui entoure ces dernières, comme l'ont montré mes expériences sur les jeunes fruits de *Colutea arborescens* (Baguenaudier), possède une pression plus grande (de 0,15 à 0,26 d'atmosphère) que celle de l'air extérieur. L'analyse montre, d'autre part, que la composition du gaz contenu dans le fruit diffère, en général, de celle de l'air normal et que la diffusion, hors du fruit, du gaz carbonique provenant de la respiration des graines ne s'accomplit que très lentement. On s'en assure facilement en plaçant à l'obscurité des jeunes fruits de *Colutea arborescens* détachés de la plante; au bout de 3 à 4 heures, on constate une augmentation considérable de gaz carbonique à l'intérieur du fruit. Ainsi, à la température de 25° j'ai trouvé qu'au bout de 4 heures l'atmosphère intérieure des fruits renfermait de 2,20 à 2,50 pour 100 de gaz carbonique.

Remarquons en outre que des échantillons témoins exposés à la lumière du jour pendant le même temps ne renfermaient que de 0,25 à 0,30 pour 100 de ce gaz.

On voit donc que les parties vertes du péricarpe décomposent à la lumière le gaz carbonique provenant de la respiration des graines et empêchent pour la plus grande partie son accumulation à l'intérieur du fruit. Mais l'expérience montre que, même à l'obscurité, cette accumulation ne dépasse pas une certaine limite. Ainsi, au bout de 20 heures et à une température variant entre 23° et 25°, l'analyse n'a décelé que de 2,25 à 2,30 pour 100 de gaz carbonique à l'intérieur des fruits placés à l'obscurité, c'est-à-dire des nombres sensiblement voisins de ceux obtenus dans la première expérience au bout de 4 heures seulement. On voit d'après ces données qu'il se produit une lente diffusion de gaz carbonique hors du fruit, même à l'obscurité.

En tous cas, ni cette diffusion, ni la décomposition du gaz carbonique par le péricarpe ne suffisent en général pour maintenir l'atmosphère intérieure du fruit dépourvue d'une proportion très appréciable de ce gaz.

Si l'on sectionne les parois du péricarpe de manière à établir, au moyen d'une large fente, une communication directe entre l'air extérieur et celui qui entoure les jeunes graines, le développement des graines s'arrête chez le *Pisum sativum*, le *Colutea arborescens* et le *Lathyrus latifolius*, et les fruits ainsi opérés tombent au bout de 6 à 8 jours. Les graines restent vivantes beaucoup plus longtemps si l'on préserve les fruits opérés contre une dessiccation rapide en les enfermant dans des tubes de verre bouchés ou dans des sacs d'étoffe de façon à réduire la transpiration au minimum, mais la croissance des graines s'arrête néanmoins.

J'ai aussi, par une section longitudinale, supprimé la moitié du péricarpe

de très jeunes fruits, alors qu'ils sont encore assez jeunes pour que les deux faces internes du péricarpe soient encore accolées l'une à l'autre (*Pisum sativum* ou *Lathyrus latifolius*); il se forme alors rapidement une nouvelle soudure et les graines poursuivent leur développement normal. On obtient dans ce cas, au moment de la maturité, des fruits deux fois moins larges que les fruits normaux et renfermant des graines qui ont une forme cylindrique, ce qui s'explique par la compression que les graines exercent les unes sur les autres ou subissent de la part des parois du péricarpe.

Le poids sec de ces graines est à peu près deux fois moindre que le poids sec de celles des fruits normaux.

Ces différents faits montrent que le développement normal des graines exige une atmosphère confinée et que l'une des fonctions du péricarpe consiste à maintenir à cette atmosphère une composition d'une certaine stabilité.

Les expériences de sectionnement des fruits prouvent, d'autre part, que l'on peut, par une simple action mécanique, modifier considérablement la forme et le poids sec des graines.

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur le blanc du Chêne*. Note de MM. **Griffon** et **Maublanc**, présentée par M. Prillieux.

Depuis le commencement de l'été, les Chênes sont attaqués dans une grande partie de la France par une moisissure blanche du genre *Oidium*.

La rapidité avec laquelle ce champignon s'est répandu, l'extension qu'il a prise, les dégâts inquiétants qu'il a causés et l'aspect farineux insolite des pousses atteintes ont attiré sur lui l'attention des forestiers et des agriculteurs. L'an dernier [1], la maladie avait débuté tardivement, vers le mois d'août, et seuls les jeunes rameaux de un ou deux ans avaient été atteints dans les taillis et sur les arbres d'émonde. Mais, cette année, il n'en est plus de même; le blanc est apparu beaucoup plus tôt et s'est développé même sur les feuilles des rameaux âgés; dans le courant des mois de juin et de juillet, beaucoup de ces feuilles malades se sont desséchées et sont tombées et, surtout dans les régions de l'Ouest où la maladie a beaucoup sévi, il n'était pas rare de rencontrer de grands arbres dépouillés de presque tout leur feuillage. Certains de ces rameaux sont morts; d'autres, plus vigoureux, ont donné de nouvelles feuilles qui n'ont pas tardé à être elles aussi envahies par le champignon. On peut se demander si ces arbres,

(1) Plusieurs personnes nous ont affirmé avoir constaté le blanc du Chêne depuis 4 ou 5 ans déjà.

déjà affaiblis, pourraient résister à de nouvelles attaques aussi graves se renouvelant pendant plusieurs années consécutives.

La station de Pathologie végétale a reçu l'Oidium du Chêne de presque toute la France; tous les Chênes à feuilles caduques sont atteints; le champignon se rencontre surtout sur les Chênes rouvre et pédonculé et aussi sur le Chêne tauzin, notamment dans les Landes.

Jusqu'ici nous n'avons pas trouvé, sur les échantillons de 1907 et de 1908, la forme parfaite de l'Oidium du Chêne, sans laquelle une détermination précise n'est guère possible. D'après M. Hariot ([1]) c'est au *Microsphæra Alni* [*M. penicillata* (Wallr.) Lév.] qu'on doit rattacher le blanc du Chêne. Ce *Microsphæra* est répandu en Europe sur les feuilles d'un certain nombre d'arbres et arbustes (Aune, Noisetier, *Viburnum*, etc.); il serait commun sur les Chênes en Amérique et au Japon. Des essais, tentés à la station de Pathologie végétale, pour infecter des feuilles d'Aune avec des conidies prises sur Chêne, n'ont pas donné de résultat; de plus les Aunes croissant en mélange avec des Chênes malades restent toujours indemnes. Par contre nous avons constaté la présence d'un Oidium sur des Hêtres environnés de Chênes atteints du blanc; il s'agit certainement d'une contamination du Hêtre par le Chêne, car non seulement les caractères microscopiques du champignon sont en tout semblables sur les deux essences, mais aussi l'invasion a débuté sur les jeunes pousses de Hêtre en contact direct avec des feuilles malades de Chêne.

On ne peut conclure de ces observations à une différence spécifique entre le champignon de l'Aune et celui du Chêne; en effet, les essais de M. Marchal, confirmés et étendus par M. Salmon, montrent que, comme les Urédinées, certaines espèces d'Érysiphées présentent des formes spécialisées à une plante donnée. S'il en est ainsi pour le *Microsphæra Alni*, la brusque apparition du blanc du Chêne ne pourrait s'expliquer que par l'importation de la forme exotique spécialisée à cette essence ou par un développement inaccoutumé sur place de la forme indigène.

Cependant, en Portugal, Thümen a, il y a déjà longtemps, observé sur un Chêne (*Quercus racemosa*) un Oidium qu'il a appelé *Oidium quercinum* et qui semble identique à celui qui s'est tant développé depuis l'an dernier. Mais on ne voit pas bien

---

([1]) P. Hariot, *Note sur un Oidium du Chêne* (*Bull. de la Société mycologique de France*, t. XXIII, 1907, p. 157). — L. Mangin, *Une invasion redoutable du blanc du Chêne* (*Journal d'Agriculture pratique*, juillet 1908).

comment une espèce indigène et peu répandue aurait pu prendre un développement si considérable et surtout si brusque ; il y a, au contraire, en ce qui la concerne, des caractères qu'on retrouve toujours lors de l'introduction de parasites étrangers; il en a été ainsi notamment pour l'Oidium de la Vigne et plus récemment pour celui du Fusain du Japon. Et, fait qui viendrait encore appuyer l'hypothèse d'une importation du blanc du Chêne, les Oidium exotiques introduits se reproduisent, en général, par conidies, sans donner de périthèces; ces organes sont rares pour l'Oidium de la Vigne et ont été longtemps introuvables; on ne connaît pas encore ceux de l'Oidium du Fusain du Japon.

La lutte contre l'Oidium du Chêne est, on le comprend, difficile; le soufre et les polysulfures alcalins, vraisemblablement efficaces, sont d'un emploi peu pratique; d'autre part la grande extension du parasite et l'abondance avec laquelle se forment les conidies rendent pour ainsi dire illusoire tout traitement partiel.

S'il s'agit d'une forme indigène devenue subitement dangereuse, il est possible que, grâce à certaines conditions météoriques, ses ravages s'atténuent et disparaissent, mais si, au contraire, il s'agit bien d'une forme exotique introduite, il n'en va plus nécessairement de même et, dans ce cas, on serait peut-être contraint un jour de reconnaître qu'il s'agit bien d'un mal qui pourrait compromettre l'avenir de nos taillis de Chênes.

BACTÉRIOLOGIE. — *Sur la structure fine des sporozoïtes de* Plasmodium relictum *Grassi et Feletti* (= Proteosoma). Note de MM. **Edmond Sergent** et **Étienne Sergent**, transmise par M. Roux.

Grassi (¹) et Schaudinn (²) décrivent les sporozoïtes du *Plasmodium* du paludisme humain comme possédant un noyau unique, composé de plusieurs corpuscules chromatiques. « Le noyau, écrit Schaudinn, est situé à la partie médiane, dans la partie la plus large du fuseau; il est ovale, son grand axe est dirigé comme celui du sporozoïte. » De même Grassi a vu « le noyau des sporozoïtes au milieu de leur corps..., il est d'une forme ovale allongée..., composé de 2 à 4 granules chromatiques, disposés le plus souvent en file; exceptionnellement il y a une masse chromatique unique. »

Nous avons retiré des résultats tout différents des observations que nous poursuivons depuis un an sur les sporozoïtes du *Plasmodium relictum*

(¹) *Studi di uno zoologo sulla malaria*, 2ᵉ éd., Roma, 1901, p. 185.

(²) *Studien über Krankheitserregende Protozoen*. II : *Plasmodium vivax* (Gr. et Fel.) (*Arb. a. d. Kaiserl. Gesundheitsamte*, t. XIX, p. 199).

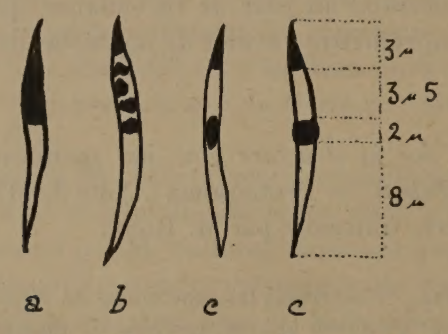
Grassi et Feletti 1891 (= *Proteosoma*), d'une part sur des sporozoïtes d'hiver, existant dans le corps de *Culex pipiens* depuis un ou deux mois, d'autre part sur des sporozoïtes d'été, arrivés à maturité depuis quelques jours seulement.

Dans toutes les préparations bien colorées (par la solution de Giemsa), nous avons vu une petite masse chromatique plus ou moins étendue occuper complètement l'une des extrémités du corps du sporozoïte. De plus :

1° Dans les vieux sporozoïtes (*c*, *c* sur la figure) trouvés en hiver chez des *Culex pipiens* hivernants nourris plusieurs semaines auparavant sur des Canaris à *Proteosoma*, nous trouvons toujours une seconde masse chromatique située vers le milieu du corps. Nous la nommerons provisoirement, pour la commodité de la description, *noyau central,* tandis que la première sera le *noyau terminal.*

Le noyau central est en général mieux coloré que le noyau terminal, il est souvent sphérique et semble alors dépasser de chaque côté les bords du sporozoïte.

2° Dans les sporozoïtes jeunes, examinés peu de jours après la maturation des sporoblastes, nous voyons les figures suivantes :



Sporozoïtes de *Plasmodium relictum*. (Figures demi-schématiques.)

a. Des masses chromatiques compactes occupant une moitié ou un tiers terminal du corps.

b. Des masses chromatiques de même localisation et de même volume, mais fragmentées en plusieurs corpuscules.

c. Deux masses chromatiques, comme dans les vieux sporozoïtes d'hiver, l'une terminale, l'autre centrale, c'est-à-dire occupant les deux extrémités de l'espace rempli dans les cas ci-dessus par la masse chromatique unique *a*. Des sporozoïtes de trois semaines en été ne renferment que ces deux masses chromatiques.

Dans un sporozoïte moyen de 16^{μ}; le noyau terminal mesure de $2^{\mu},5$ à 3^{μ}; l'espace clair qui suit mesure de 3^{μ} à 4^{μ}; le noyau central, de 2^{μ} à $3^{\mu},5$.

On remarquera que tout se passe comme si, chez les sporozoïtes à peine

mûrs, existait une seule masse chromatique occupant à peu près la moitié du corps. Cette masse se fragmenterait ensuite, se condenserait en deux dont l'une, centrale, a surtout les allures d'un noyau. Le fait de rencontrer presque exclusivement des figures binucléées dans les sporozoïtes mûrs depuis quelques semaines appuie l'idée d'une telle évolution.

Il nous semble intéressant de rapprocher ces observations de celles que Max Hartmann (1) a poursuivies sur la même Hémosporidie, le *Proteosoma*. Il a vu des mérozoïtes, des macrogamétocytes, des microgamétocytes, des microgamètes binucléés. Il n'a pas eu l'occasion d'étudier les sporozoïtes. Nous pensons, comme Hartmann, qu'il y a lieu d'interpréter ces faits comme des arguments en faveur des liens de parenté indiqués par F. Schaudinn entre les Hémosporidies et les Flagellés.

M. **E. du Rieux** adresse une Lettre relative à *une pompe pour la compression des gaz*.

(Renvoi à l'examen de M. Cailletet.)

M. **A. Doby** adresse *des feuilles de chêne et une feuille de fusain atteintes de la maladie du blanc*.

(Renvoi à l'examen de M. Prillieux.)

La séance est levée à 3 heures et demie.

G. D.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 24 aout 1908.

Ame-Vertu, par D.-N. Goubareff. Beaulieu-sur-Mer, 1895; 1 br. in-8°. (Hommage de l'auteur.)

Bulletin de l'Académie royale de Médecine de Belgique, t. XXII, nos 5 et 6. Bruxelles, Hayez, 1908; 1 fasc. in-8°.

---

(1) *Das System der Protozoen. Zugleich vorläufige Mitteilung über Proteosoma* Labbé (*Arch. f. Protistenk.*, t. X, 1907, p. 149 et suiv.).

Kritische Geschichte der modernen Philosophie, von Dr Ludwig Jelinek. Kroll's, Berlin, s. d.; 1 br. in-8°.

Elementare Metaphysik, von Dr Ludwig Jelinek. Kroll's, Berlin, s. d.; 1 br. in-8°.

Annals of the New-York Academy of Sciences, t. XVIII, Part II. New-York, published by the Academy, 1908; 1 vol. in-8°.

Zeitschrift des Mährischen Landesmuseums, VIII. Band. Brünn, Druck von Rudolf M. Rohrer, 1908; 1 fasc. in-8°.

Casopis moravského musea zemského. Rôcnik VIII, ĉis 2. V. Brué, 1908; 1 vol. in-8°.

Unsere Ahnenreihe. (*Progonotaxis hominis.*) *Kritische Studien über phyletische Anthropologie,* von Ernest Haeckel. Iéna, Verlag von Gustav Fischer, 1908; 1 vol. in-4°. (Hommage de l'auteur.)

ERRATA.

(Séance du 15 juin 1908.)

Note de M. *H. Deslandres,* Recherches sur la rotation et l'éclat des diverses couches atmosphériques du Soleil :

Page 1237, ligne 19, *au lieu de* On place le prisme à réversion dans une des deux positions, *lisez* dans une des quatre positions.

(Séance du 10 août 1908.)

Note de MM. *H. Deslandres et L. d'Azambuja,* Enregistrement de la couche supérieure du calcium dans l'atmosphère solaire :

Page 334, ligne 13, *au lieu de* et aussi la longueur, *lisez* et aussi la largeur.

Note de M. *A. Perot,* Sur la rotation du Soleil :

Page 340, ligne 14, *au lieu de* poursuivie par M. Hale, *lisez* poursuivie par M. Halm.